KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020

Modul Pembelajaran SMA

Matematika Umum

KELAS XI

TRANSFORMASI GEOMETRI

MATEMATIKA UMUM KELAS XI

PENYUSUN
Istiqomah, S.Pd

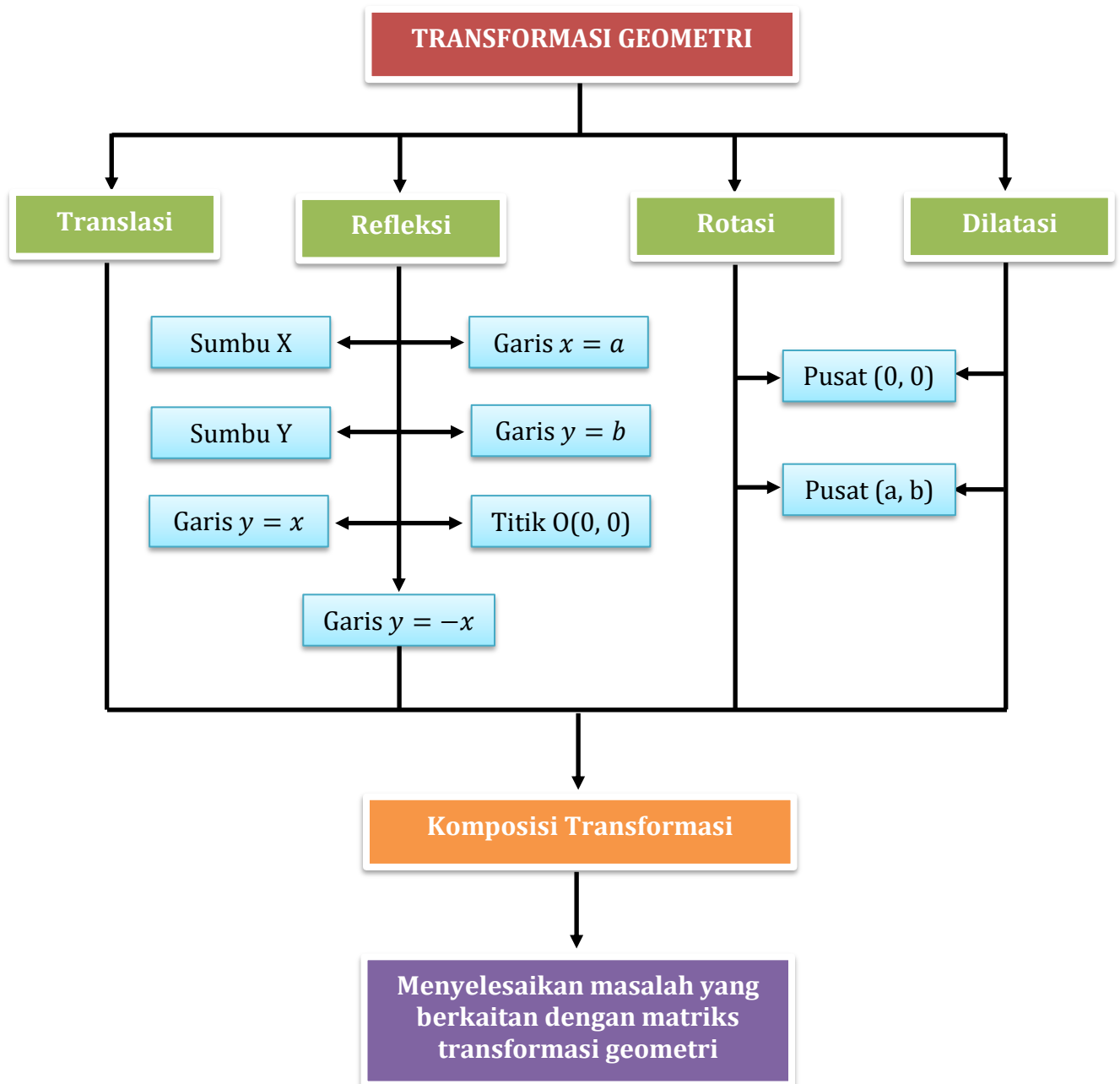
SMAN 5 Mataram

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Dilatasi	:	Transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu.
Geometri	:	Cabang matematika yang menerangkan sifat-sifat garis, sudut, bidang, dan ruang
Komposisi Transformasi	:	Transformasi majemuk yang memuat lebih dari satu transformasi
Matriks	:	Susunan sekelompok bilangan dalam suatu jajaran berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom dan diapit oleh tanda kurung
Refleksi	:	Transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin
Rotasi	:	Transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.
Transformasi	:	Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang)
Transformasi Geometri	:	Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks
Translasi	:	Transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.

PETA KONSEP

TRANSFORMASI GEOMETRI
Translasi
Refleksi
Rotasi
Dilatasi
Sumbu X
Garis $x = a$
Sumbu Y
Garis $y = b$
Garis $y = x$
Titik O(0, 0)
Garis $y = -x$
Pusat (0, 0)
Pusat (a, b)
Komposisi Transformasi
Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	:	Matematika Umum
Kelas	:	XI
Alokasi Waktu	:	10×45 menit (10 JP)
Judul Modul	:	Transformasi Geometri

B. Kompetensi Dasar

3. 5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

C. Deskripsi Singkat Materi

Anak-anak, banyak kegiatan atau kejadian dalam kehidupan sehari-hari yang terkait dengan transformasi geometri. Transformasi geometri merupakan perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks. Coba perhatikan gambar berikut, tentunya kalian pernah atau sering melakukan kegiatan ini bahkan setiap hari.

Gambar 1. Gambar seseorang sedang bercermin
Sumber : febrinaayunurmayasari.wordpress.com

Pada saat bercermin kalian dapat melihat bayangan kalian sendiri. Bagaimana hasil bayangan yang terbentuk ketika sedang bercermin? Ternyata hasil bayangan mempunyai bentuk dan ukuran yang sama. Bercermin merupakan salah satu kegiatan yang menerapkan konsep transformasi geometri yaitu refleksi (pencerminan). **Refleksi** merupakan transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan cermin dari titik-titik yang akan dipindahkan. Bidang pencerminan dalam geometri terdiri atas sumbu X, sumbu Y, garis $y = x$, garis $y = -x$, garis $x = a$, garis $y = b$ dan terhadap titik pusat yaitu titik O (0,0). Selain refleksi, pada modul ini kita akan mempelajari transformasi geometri yang lainnya yaitu translasi, rotasi, dan dilatasi. **Translasi** merupakan transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak yang sama. **Rotasi** merupakan transformasi yang memindahkan setiap titik pada bidang ke titik lainnya dengan cara memutar pada titik tertentu. Rotasi ditentukan

oleh besar sudut dan pusat rotasi. Jika rotasi searah dengan jarum jam maka besar sudut negatif. Jika rotasi berlawanan dengan arah jarum jam maka besar sudut positif. Pusat rotasi terdiri atas titik asal yaitu O(0,0) dan titik tertentu yaitu P(a,b). **Dilatasi** merupakan transformasi ukuran atau skala suatu bangun geometri (pengecilan/pembesaran) tetapi tidak mengubah bentuk bangun tersebut. Dilatasi ditentukan oleh pusat dan faktor skala.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Anak-anakku sekalian, modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan jika memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
5. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Di bagian akhir modul disediakan soal evaluasi, silahkan mengerjakan soal evaluasi tersebut agar kalian dapat mengukur penguasaan kalian terhadap materi pada modul ini. Cocokkan hasil pengerjaan kalian dengan kunci jawaban yang tersedia.
8. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **5** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Translasi

Kedua : Refleksi

Ketiga : Rotasi

Keempat : Dilatasi

Kelima : Komposisi Transformasi

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
TRANSLASI (PERGESERAN)

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan dapat :

1. Memahami pengertian translasi
2. Menentukan translasi pada titik
3. Menentukan translasi pada kurva

B. Uraian Materi

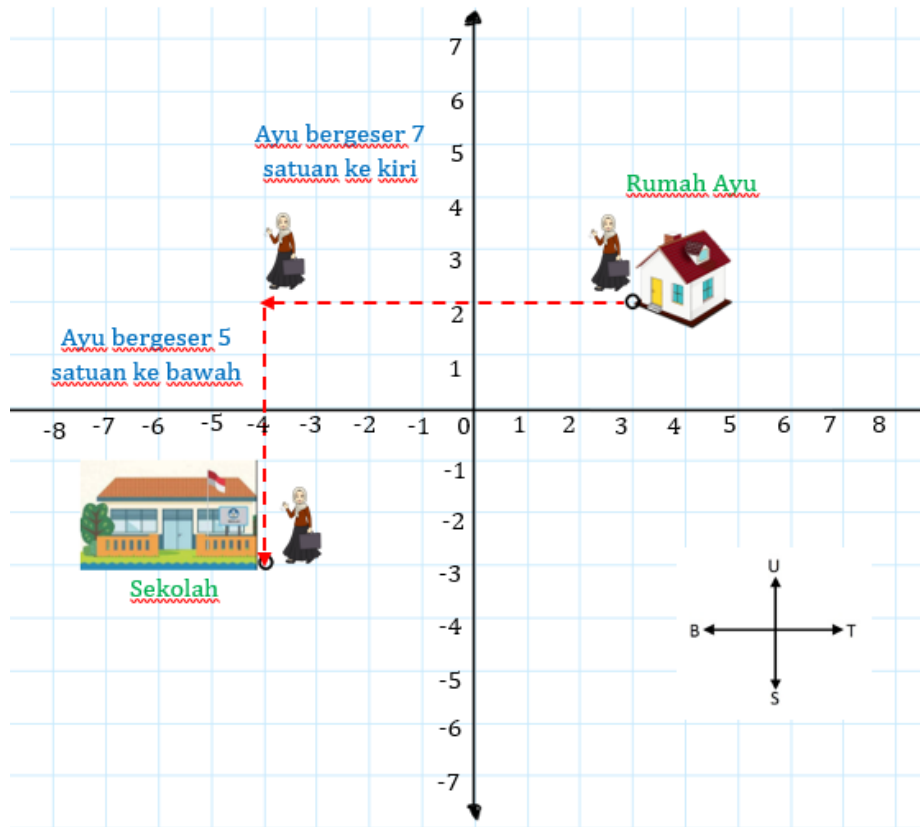
Pengertian Translasi

Anak-anak, pernahkan kalian mengamati objek atau benda-benda yang bergerak di sekitar kalian ? seperti kendaraaan yang berjalan di jalan raya, pesawat yang melintas di udara, eskalator yang bergerak atau diri kita sendiri yang bergerak kemana saja. Kegiatan tersebut menyebabkan benda atau objek mengalami perubahan posisi tanpa mengubah bentuk dan ukuran. Yuk kita memahami konsep translasi dengan menyelesaikan Masalah 1.1 dan Masalah 1.2

Masalah 1.1

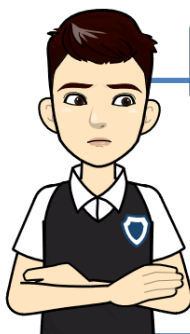
Ayu ingin berangkat ke sekolah. Jika Ayu berangkat dari rumah maka untuk sampai ke sekolah ayu harus berjalan 7 satuan ke arah barat dan berjalan 5 satuan ke arah selatan. Coba kamu sketsa pergerakan Ayu pada bidang cartesius. Dapatkah kamu menemukan proses pergerakan Ayu dari rumah menuju sekolah?

Anak-anakku, untuk mempermudah memahami konsep translasi kita bisa menggunakan pendekatan bidang Cartesius. Kita dapat mengasumsikan untuk pergeseran ke **kanan** pada bidang cartesius merupakan sumbu **X positif**, pergeseran ke **kiri** merupakan sumbu **X negatif**, pergeseran ke **atas** merupakan sumbu **Y positif** dan pergeseran ke **bawah** merupakan sumbu **Y negatif**.

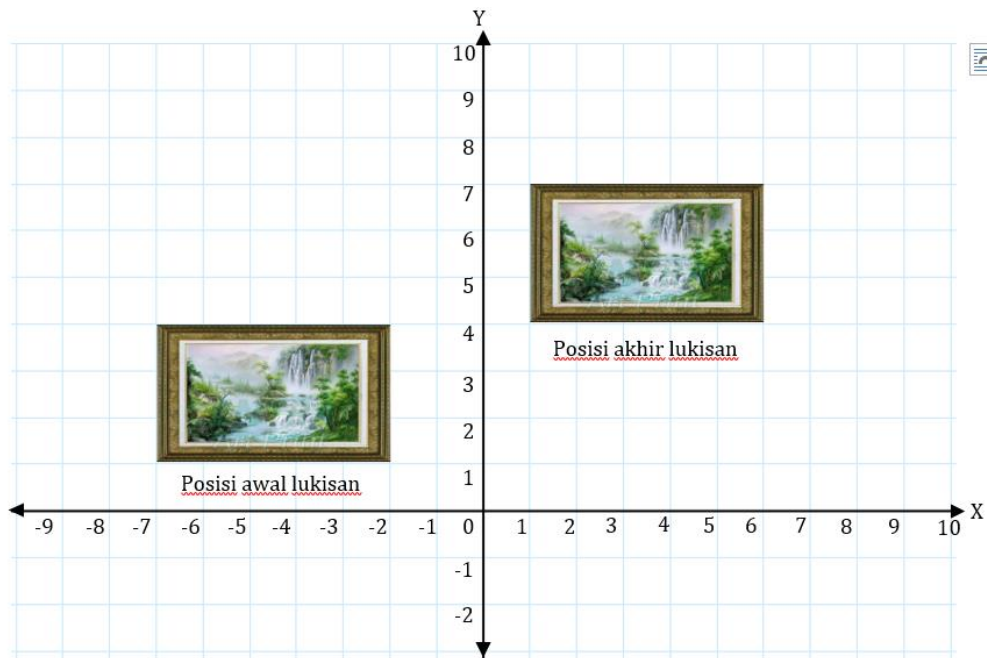
Jika Masalah 1.1 kita sajikan dalam bidang Cartesius maka diperoleh gambar 2. Yuk kita perhatikan gambar 2 !

Gambar 2. Pergerakan Ayu dari Rumah ke Sekolah pada bidang Cartesius
Sumber : Koleksi Pribadi

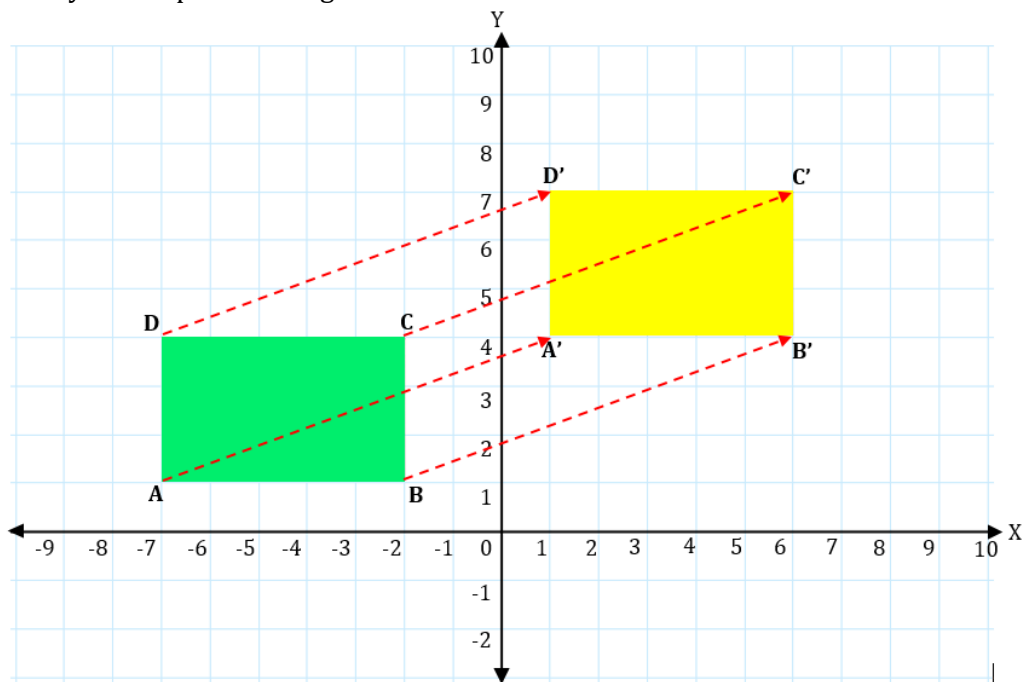
Jika kita melihat posisi rumah Ayu pada bidang Cartesius berada pada koordinat (3,2). Untuk menuju ke sekolah Ayu harus berjalan ke arah barat 7 satuan artinya posisi Ayu bergeser 7 satuan ke kiri dari posisi rumah pada bidang Cartesius. Selanjutnya Ayu harus berjalan lagi ke arah selatan 5 satuan artinya posisi Ayu bergeser 5 satuan ke bawah. Jika kita melihat pada bidang Cartesius pada saat tiba di sekolah posisi Ayu berada pada koordinat$(-4,-3)$. Hal ini berarti

$$\binom{3}{2} + \binom{-7}{-5} = \binom{-4}{-3}$$

Jadi, posisi Ayu di sekolah terletak pada koordinat $(-4,-3)$

Masalah 1.2

Bimo akan memindahkan lukisan pada dinding dengan menggeser ke kanan sejauh 4 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan. Coba kamu sketsa pergerakan lukisan pada bidang Cartesius. Dapatkah kamu menemukan proses pergerakan lukisan dari posisi awal ke posisi akhir?

Anak-anak, jika perpindahan lukisan diilustrasikan dalam bidang Cartesius maka akan terlihat seperti gambar di bawah ini. Yuk kita perhatikan gambar 3.

Gambar 3. Perpindahan lukisan pada bidang Cartesius
Sumber : Koleksi Pribadi

Anak-anakku, untuk mempermudah kita memahami perpindahan lukisan yang terjadi, kita bisa memisalkan lukisan tersebut sebagai persegi panjang ABCD dan hasil perpindahan lukisan kita misalkan sebagai persegi panjang A'B'C'D'. Agar mudah memahami yuk kita perhatikan gambar 4.

Gambar 4. Contoh translasi bidang
Sumber : Koleksi Pribadi

Anak-anakku, jika kita perhatikan persegi panjang A'B'C'D' merupakan bayangan dari persegi panjang ABCD setelah ditranslasi. Dari hasil translasi tersebut diperoleh $AA' = BB' = CC' = DD'$

Pergeseran 1 :
Posisi awal titik A adalah $A(-7, 1)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisi berubah di koordinat $A'(1, 4)$
Hal ini berarti :
$\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$

Pergeseran 2 :
Posisi awal titik B adalah $B(-2, 1)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisi berubah di koordinat $B'(6, 4)$
Hal ini berarti :
$\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$

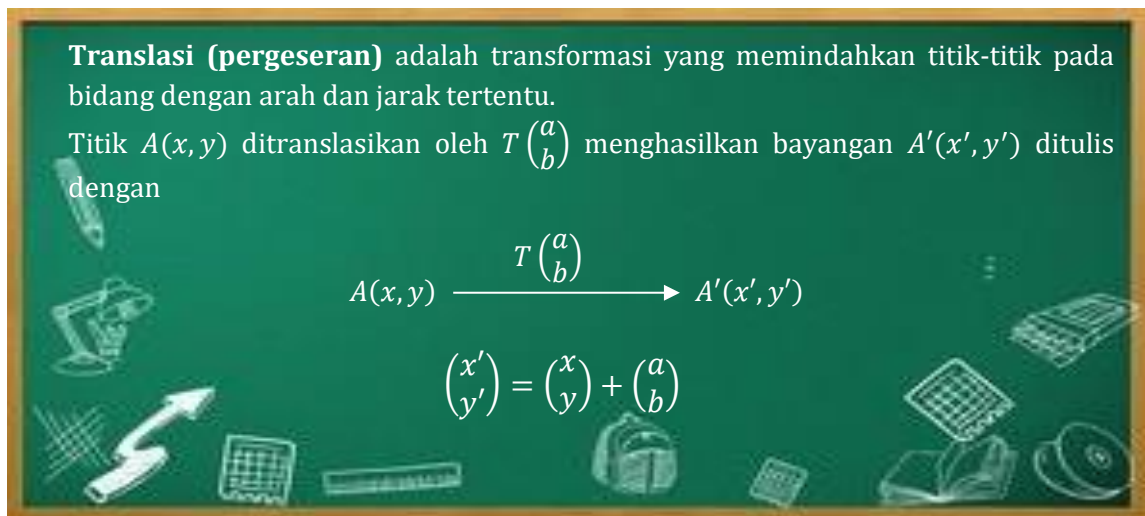
Pergeseran 3 :
Posisi awal titik C adalah $C(-2, 4)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisi berubah di koordinat $C'(6, 7)$
Hal ini berarti :
$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\7\end{pmatrix}$

Pergeseran 4 :
Posisi awal titik D adalah $D(-2, 4)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisi berubah di koordinat $D'(1, 7)$
Hal ini berarti :
$\begin{pmatrix}-7\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$

Pergeseran setiap titik pada uraian di atas dapat disajikan secara lebih sederhana dalam Tabel 1.

Tabel 1.Translasi titik

Titik awal	Titik Akhir	Proses	Translasi
$A\ (-7, 1)$	$A'(1, 4)$	$\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$	$T=\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}$
$B(\ -2, 1)$	$B'(6, 4)$	$\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$	$T=\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}$
$C(-2, 4)$	$C'(6, 7)$	$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\7\end{pmatrix}$	$T=\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}$
$D(-7, 4)$	$D'(1, 7)$	$\begin{pmatrix}-7\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$	$T=\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}$

Berdasarkan pengamatan pada Tabel 1, secara umum diperoleh konsep :

Catatan : Titik A' disebut bayangan titik A oleh translasi $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Anak-anak, untuk lebih memahami konsep translasi, mari kita simak contoh soal 1 dan contoh soal 2

Contoh Soal 1:

Jika titik $A(2, 3)$ ditranslasikan oleh $T(-3, 4)$ maka bayangan titik A adalah ...

Pembahasan :
Pada soal diketahui koordinat titik $A(2, 3)$ artinya $x = 2$ dan $y = 3$ akan ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ artinya $a = -3$ dan $b = 4$ sehingga dapat dituliskan

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Substitusi nilai x, y, a dan b

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-3) \\ 3 + 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

Lakukan proses penjumlahan pada matriks dengan menjumlahkan elemen-elemen matriks yang seletak

Contoh Soal 2:

Tentukan persamaan bayangan garis $3x + 5y - 7 = 0$ oleh $T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$!

Pembahasan :

Pada soal diketahui persamaan garis $3x + 5y - 7 = 0$ akan ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ artinya $a = 2$ dan $b = -1$
Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x + 5y - 7 = 0$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x+2\\y-1\end{pmatrix}$$

Substitusi nilai$a$ dan b

Lakukan proses penjumlahan pada matriks dengan menjumlahkan elemen-elemen matriks yang seletak

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh
$x' = x + 2 \rightarrow x = x' - 2$
$y' = y - 1 \rightarrow y = y' + 1$
Substitusi $x = x' - 2$ dan $y = y' + 1$ ke persamaan garis $3x + 5y - 7 = 0$
$3(x' - 2) + 5(y' + 1) - 7 = 0$
$3x' - 6 + 5y' + 5 - 7 = 0$
$3x' + 5y' - 8 = 0$
Jadi persamaan bayangan garis adalah $3x + 5y - 8 = 0$

C. Rangkuman

1. **Translasi (pergeseran)** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.
2. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan
$$A(x,y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}} A'(x',y')$$
3. Bentuk persamaan matriks translasi : $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
4. $T\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ disebut komponen translasi, a merupakan pergeseran secara horizontal dan b merupakan pergeseran secara vertikal.
5. Titik A' disebut bayangan titik A yang telah ditranformasi.

D. Latihan Soal

Anak- anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap translasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Pilihan Ganda :

1. Tentukan hasil bayangan titik $A(3, 5)$ oleh translasi $T\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$!
   a. A' (5, 1)
   b. A' (3, 7)
   c. A' (7, -1)
   d. A'(7, 3)
   e. A' (1, 9)

2. Diketahui titik $P'(4, -12)$ adalah bayangan titik P oleh translasi $T = \begin{pmatrix}-9\\8\end{pmatrix}$. Koordinat titik P adalah …
   a. $(13, -20)$
   b. $(13, -4)$
   c. $(4, 20)$
   d. $(-5, -4)$
   e. $(-5, -20)$

3. Titik A ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ menghasilkan titik $A'(4, -2)$. Koordinat titik A adalah …
   a. $(10, -5)$
   b. $(10,1)$
   c. $(2, -1)$
   d. $(-2,1)$
   e. $(-2, -1)$

4. Diketahui translasi T memetakan titik $C(-4, 2)$ ke titik $C'(-1, 6)$. Translasi T akan memetkan titik $D(3, -2)$ ke titik …
   a. $D'(0,4)$
   b. $D'(0, 2)$
   c. $D'(0, -6)$
   d. $D'(6, -6)$
   e. $D'(6, 2)$

5. Segitig PQR mempunyai kordinat $P(-3, 4), Q(-1,0)$, dan $R(0, 2)$. Segitiga PQR ditranslasikan oleh T menghasilkan bayangan segitiga $P'Q'R'$. Jika koordinat titik $P'(1, -2)$, koordinat titik Q' dan R' berturut-turut adalah …
   a. $(3, -6)$ dan $(4, -4)$
   b. $(3, -6)$ dan $(-4, 4)$
   c. $(-3, 6)$ dan $(4, -4)$
   d. $(-3, 6)$ dan $(-4, 4)$
   e. $(-3, -6)$dan $(4, -4)$

Soal Essay

6. Garis $l : 2x - 3y + 12 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$. Persamaan hasil translasi garis l adalah …

7. Garis g ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ menghasilkan garis $g': 3x - 2y - 6 = 0$. Persamaan garis g adalah …
8. Garis $m: 3x - 2y + 6 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, bayangan garis m adalah …
9. Diketahui translasi kurva oleh $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $y - x^2 - 1 = 0$. Tentukan persamaan kurva awal.
10. Garis $g: 2x - 3y + 6 = 0$ ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ diperoleh garis g'. Persamaan garis g' adalah …

Pembahasan:

	Pembahasan Soal PG	**Skor**
1.	Koordinat titik $A(3,5)$ akan ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3+(-2)\\5+4\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\9\end{pmatrix}$ Jadi, koordinat bayangan titik A adalah A'(1, 9) **Jawaban : e**	**10**
2.	Diketahui titik $P'(4,-12)$ dan translasi $T=\begin{pmatrix}-9\\8\end{pmatrix}$ Untuk mencari koordinat titik P kita gunakan konsep translasi $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-9\\8\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-9\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4-(-9)\\-12-8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4+9\\-12-8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}13\\-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ Jadi, koordinat titik $P(13,-20)$ **Jawaban : a**	**10**
3.	Diketahui titik $A'(4,-2)$ dan translasi $T=\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ Untuk mencari koordinat titik P kita gunakan konsep translasi $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4-6\\-2-(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4-6\\-2+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ Jadi, koordinat titik $A(-2,1)$ **Jawaban : d**	**10**
4.	Diketahui : Titik $C(-4,2)\xrightarrow{T\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}}C'(-1,6)$	**10**

	Titik $D(3,-2) \xrightarrow{T\binom{a}{b}} D'(x',y')$ Langkah pertama kita cari dulu translasi $T\binom{a}{b}$ dari pemetaan titik $C(-4,2)$ ke $C'(-1,6)$ sebagai berikut $\binom{x'}{y'} = \binom{x}{y} + \binom{a}{b}$ $\binom{-1}{6} = \binom{-4}{2} + \binom{a}{b}$ $\binom{-1}{6} - \binom{-4}{2} = \binom{a}{b}$ $\binom{-1-(-4)}{6-2} = \binom{a}{b}$ $\binom{-1+4}{6-2} = \binom{a}{b}$ $\binom{3}{4} = \binom{a}{b}$ Diperoleh translasi T adalah $\binom{3}{4}$ Selanjutnya kita akan mencari bayangan titik $D(3,-2)$yaitu $D'(x',y')$ dengan konsep translasi $\binom{x'}{y'} = \binom{x}{y} + \binom{a}{b}$ $\binom{x'}{y'} = \binom{3}{-2} + \binom{3}{4}$ $\binom{x'}{y'} = \binom{3+3}{-2+4}$ $\binom{x'}{y'} = \binom{6}{2}$ Jadi, koordinat titik D adalah $(6,2)$ **Jawaban : e**	
5.	Titik $P(-3,4) \xrightarrow{T\binom{a}{b}} P'(1,-2)$ Titik $Q(-1,0) \xrightarrow{T\binom{a}{b}} Q'(x',y')$ Titik $R(0,2) \xrightarrow{T\binom{a}{b}} R'(x',y')$ Langkah pertama kita cari dulu translasi $T\binom{a}{b}$ dari pemetaan titik $P(-3,4)$ ke $P'(1,-2)$ sebagai berikut $\binom{x'}{y'} = \binom{x}{y} + \binom{a}{b}$ $\binom{1}{-2} = \binom{-3}{4} + \binom{a}{b}$ $\binom{1}{-2} - \binom{-3}{4} = \binom{a}{b}$ $\binom{1-(-3)}{-2-4} = \binom{a}{b}$ $\binom{1+3}{-2-4} = \binom{a}{b}$ $\binom{4}{-6} = \binom{a}{b}$	**10**

Diperoleh translasi T adalah $\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$

Selanjutnya kita akan mencari bayangan titik $Q(-1,0)$ yaitu $Q'(x', y')$ dengan konsep translasi

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 4 \\ 0 + (-6) \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

koordinat titik Q adalah $(3, -6)$

Selanjutnya kita akan mencari bayangan titik $R(0,2)$ yaitu $R'(x', y')$ dengan konsep translasi

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 + 4 \\ 2 + (-6) \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

koordinat titik R adalah $(4, -4)$

Jadi koordinat titik Q dan titik R adalah $(3, -6)$ dan $(4, -4)$

Jawaban : a

	Pembahasan Soal Uraian	**Skor**

6. Diketahui persamaan garis $l : 2x - 3y + 12 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $2x - 3y + 12 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

Skor: **2**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

Skor: **3**

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x + 1 \rightarrow x = x' - 1$$
$$y' = y - 2 \rightarrow y = y' + 2$$

Skor: **2**

Substitusi $x = x' - 1$ dan $y = y' + 2$ ke persamaan garis $2x - 3y + 12 = 0$ sehingga diperoleh

$$2(x' - 1) - 3(y' + 2) + 12 = 0$$
$$2x' - 2 - 3y' - 6 + 12 = 0$$
$$2x' - 3y' - 2 - 6 + 12 = 0$$
$$2x' - 3y' + 4 = 0$$
$$2x - 3y + 4 = 0$$

Skor: **3**

Jadi persamaan bayangan garis l adalah $2x - 3y + 4 = 0$

7.	Diketahui persamaan garis $g': 3x - 2y - 6 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Misal titik $A'(x', y')$ memenuhi persamaan $g': 3x - 2y - 6 = 0$ sehingga $A(x,y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + (-1) \\ y + 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1) \\ y + 2 \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x - 1$ $y' = y + 2$ Substitusi $x' = x - 1$ dan $y' = y + 2$ ke persamaan garis $3x - 2y - 6 = 0$ sehingga diperoleh $3(x - 1) - 2(y + 2) - 6 = 0$ $3x - 3 + 2y - 4 - 6 = 0$ $3x + 2y - 3 - 4 - 6 = 0$ $3x + 3y - 13 = 0$ Jadi persamaan garis g adalah $3x + 3y - 13 = 0$	**2** **3** **2** **3**
8.	Diketahui persamaan garis $m : 3x - 2y + 6 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y + 6 = 0$ sehingga $A(x,y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + (-2) \\ y + 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2 \\ y + 3 \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x - 2 \rightarrow x = x' + 2$ $y' = y + 3 \rightarrow y = y' - 3$ Substitusi $x = x' + 2$ dan $y = y' - 3$ ke persamaan garis $3x - 2y + 6 = 0$ sehingga diperoleh $3(x' + 2) - 2(y' - 3) + 6 = 0$ $3x' + 6 - 2y' + 6 + 6 = 0$ $3x' - 2y' + 6 + 6 + 6 = 0$ $3x' - 2y' + 18 = 0$ $3x - 2y + 18 = 0$ Jadi persamaan bayangan garis m adalah $3x - 2y + 18 = 0$	**2** **3** **2** **3**

9.	Diketahui translasi kurva oleh $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $y - x^2 - 1 = 0$, ditanyakan persamaan kurva awal. Karena kurva $y - x^2 - 1 = 0$ adalah bayangan dari kurva awal, maka kita bisa menuliskan persamaannya dengan: $y' - (x')^2 - 1 = 0$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ Maka berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh: $x' = x - 1$ $y' = y + 2$ Substitusi $x' = x - 1$ dan $y' = y + 2$ kepersamaan kurva $y' - (x')^2 - 1 = 0$ sehingga diperoleh: $y + 2 - (x - 1)^2 - 1 = 0$ $y + 2 - (x^2 - 2x + 1) - 1 = 0$ $y + 2 - x^2 + 2x - 1 - 1 = 0$ $y - x^2 + 2x = 0$ Jadi persamaan kurva awalnya adalah $y - x^2 + 2x = 0$	**2** **3** **2** **3**
10.	Diketahui garis $g : 2x - 3y + 6 = 0$ ditranslasikan oleh $T \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan : $2x - 3y + 6 = 0$ sehingga $A(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 2 \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x + 3 \rightarrow x = x' - 3$ $y' = y - 2 \rightarrow y = y' + 2$ Substitusi $x = x' - 3$ dan $y = y' + 2$ ke persamaan garis $2x - 3y + 6 = 0$ sehingga diperoleh $2(x' - 3) - 3(y' + 2) + 6 = 0$ $2x' - 6 - 3y' - 6 + 6 = 0$ $2x' - 3y' - 6 - 6 + 6 = 0$ $2x' - 3y' - 6 = 0$ $2x - 3y - 6 = 0$ Jadi persamaan bayangan garis g adalah $2x - 3y - 6 = 0$	**2** **3** **2** **3**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat penguasaan}=\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total}\ x\ 100\%$$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian translasi?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan translasi dari suatu titik?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan translasi dari suatu kurva?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
REFLEKSI (PENCERMINAN)

A. Tujuan Pembelajaran

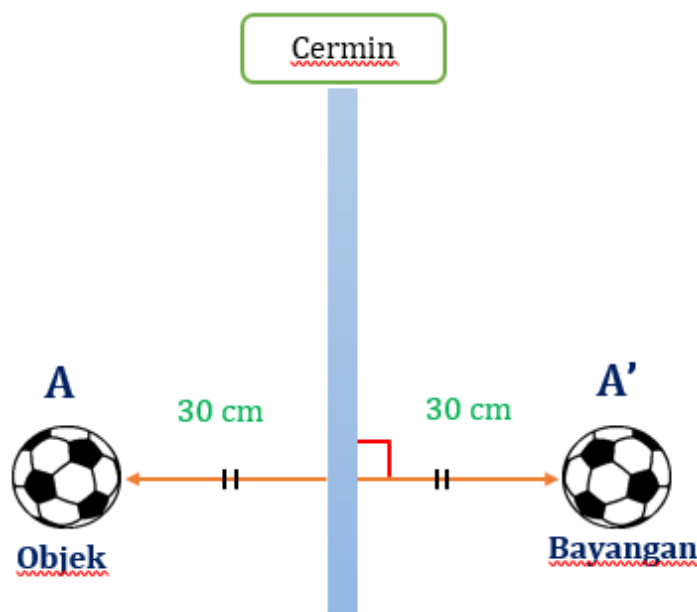
Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 2 ini kalian diharapkan dapat
1. Memahami pengertian refleksi (pencerminan)
2. Memahami sifat-sifat refleksi
3. Menentukan refleksi terhadap sumbu X
4. Menentukan refleksi terhadap sumbu Y
5. Menentukan refleksi terhadap titik O(0, 0)
6. Menentukan refleksi terhadap garis $y = x$
7. Menentukan refleksi terhadap garis $y = -x$
8. Menentukan refleksi terhadap garis $x = h$
9. Menentukan refleksi terhadap garis $y = k$

B. Uraian Materi

Pengertian dan Sifat-sifat Refleksi (Pencerminan)

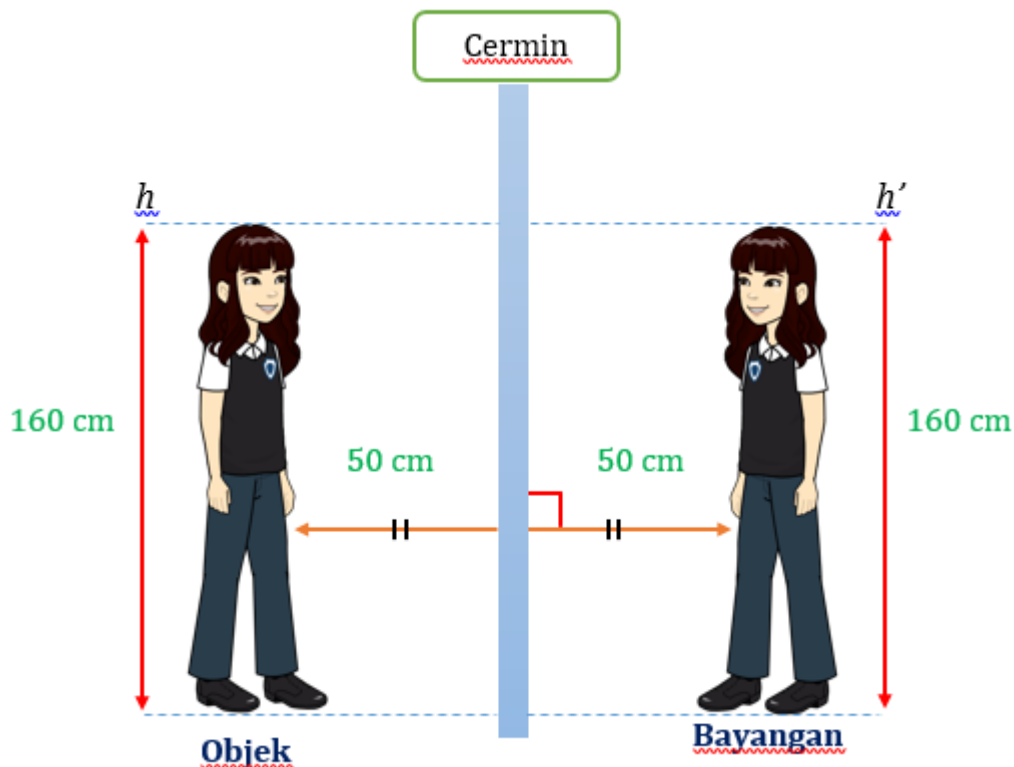
Bercermin merupakan kegiatan yang sering kita lakukan dalam kehidupan sehari-hari. Tetapi pernahkan kita berpikir bagaimana bentuk bayangan yang dihasilkan pada cermin? Bagaimana jarak bayangan yang dihasilkan terhadap cermin? untuk menjawab pertanyaan tersebut, yuk kita simak ilustrasi 1 dan ilustrasi 2

Ilustrasi 1

Terdapat sebuah bola yang diletakkan dihadapan cermin dengan jarak 30 cm. Bagaimana hasil refleksi bola terhadap cermin? Bagaimana jarak bayangan bola terhadap cermin ?

Gambar 5. Bola dihadapan cermin dengan jarak 30 cm
Sumber : Koleksi Pribadi

Seperti telihat pada Gambar 5 hasil bayangan bola terhadap cermin berupa bola. Jika kita misalkan bola sebagai titik A dan bayangan bola sebagai A’, maka jarak titik A ke cermin sama dengan jarak titik A’ ke cermin yaitu 30 cm. Selain itu, jika titik A dan titik A’ kita hubungkan maka garis AA’ akan tegak lurus dengan cermin dan menghasilkan titik yang sama dengan jarak yang sama.

Ilustrasi 2

Rani berdiri di depan cermin dengan jarak 50 cm dan tinggi Rani adalah 160 cm. Bagaimana hasil refleksi Rani terhadap cermin? Bagaimana jarak bayangan Rani terhadap cermin ?

Gambar 6. Rani berdiri dihadapan cermin
Sumber : Koleksi Pribadi

Anak-anakku, jika kita lihat pada cermin hasil bayangan Rani berupa sosok Rani dengan tinggi yang sama dan jarak bayangan Rani terhadap cermin sama dengan jarak Rani terhadap cermin yaitu 50 cm. Jika kita misalkan tinggi Rani sebagai garis h maka hasil refleksi berupa garis h'. Jika ujung-ujung garis h dan garis h' dihubungkan maka akan menghasilkan garis yang sejajar.

Berdasarkan ilustrasi 1 dan ilustrasi 2, kita dapat memahami konsep refleksi secara umum dan sifat-sifatnya.

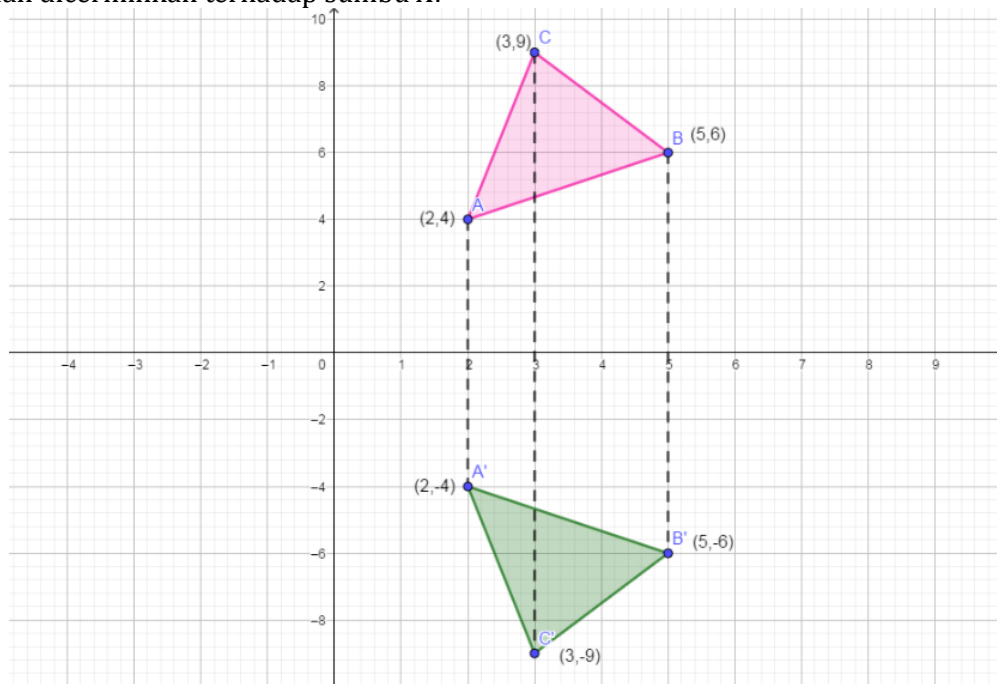
Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_a dengan a merupakan sumbu cermin.

Sifat-sifat Refleksi:

1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar

Jenis-Jenis Refleksi

1. Refleksi terhadap sumbu x

Anak-anakku, kita akan menemukan konsep pencerminan terhadap sumbu x dengan mengamati pencerminan segitiga ABC pada gambar 7. Bagaimana bayangan segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap sumbu X?

Gambar 7. Segitiga ABC direfleksikan terhadap sumbu x
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Pada gambar 7, kita dapat melihat bahwa segitiga A'B'C' merupakan hasil bayangan segitiga ABC setelah dicermikan terhadap sumbu x pada koordinat cartesius. Agar mudah memahami perubahan koordinat setiap titik pada segitiga, kita dapat melihat pada tabel 2 berikut.

Tabel 2. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap sumbu x

Titik	Koordinat Bayangan
A (2, 4)	A'(2, -4)
B (5, 6)	B'(5, -6)
C (3, 9)	C'(3, -9)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 7 dan tabel 2, secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu x, maka akan menghasilkan bayangan $A'(x, -y)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap sumbu x

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x, -y)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$x = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka $a = 1$ dan $b = 0$

Cek :

Substitusi $a = 1$ dan $b = 0$ ke persamaan $x = ax + by$

$$x = 1 \cdot x + 0 \cdot y$$
$$x = x$$

$-y = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka $c = 0$ dan $d = -1$

Cek :

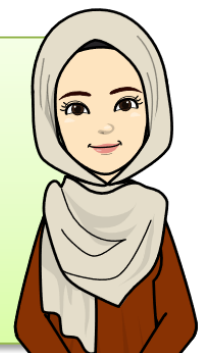
Substitusi $c = 0$ dan $d = -1$ ke persamaan $-y = cx + dy$

$$-y = 0 \cdot x + (-1) \cdot y$$
$$-y = -y$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap sumbu x adalah $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu x menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep pencerminan terhadap sumbu x perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $B(2,5)$ dicerminkan terhadap sumbu x maka bayangan titik B adalah ...

Pembahasan:

$$B(2,5)\xrightarrow{M_x} B'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow$$ Lakukan perkalian matriks

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik B adalah $B'(2,-5)$

Contoh Soal 2

Jika garis $l: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu x maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan;

Misal titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x,y)\xrightarrow{M_x} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

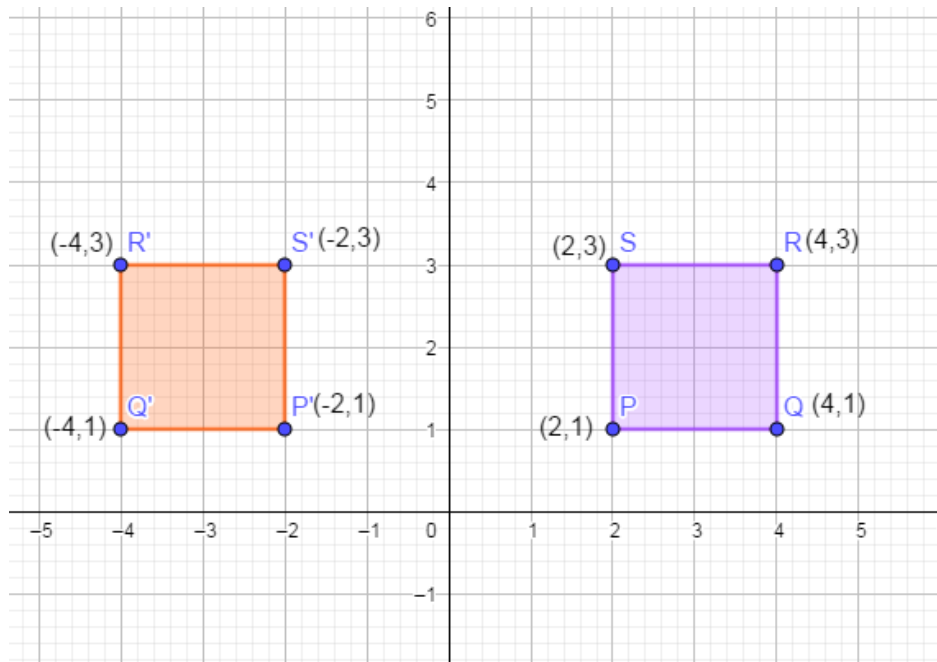
$$x' = x \rightarrow x = x'$$
$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis l

$$3x - 2y - 5 = 0$$
$$3(x') - 2(-y') - 5 = 0$$
$$3x' + 2y' - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $3x + 2y - 5 = 0$

2. Refleksi terhadap sumbu y

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap sumbu y mari kita amati pencerminan persegi PQRS. Bagaimana perubahan setiap titik P, Q, R, dan S pada persegi PQRS setelah dicerminkan terhadap sumbu y?

Gambar 8. Persegi PQRS direfleksikan terhadap sumbu y
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Pada gambar di atas, kita dapat melihat bahwa persegi P'Q'R'S' merupakan hasil bayangan persegi PQRS setelah dicermikan terhadap sumbu y pada koordinat cartesius. Agar mudah memahami perubahan koordinat setiap titik pada persegi dapat dilihat pada tabel 3 berikut.

Tabel 3. Koordinat pencerminan titik pada persegi terhadap sumbu y

Titik	Koordinat Bayangan
P (2, 1)	P'(-2, 1)
Q (4, 1)	Q'(-4, 1)
R (4, 3)	C'(-4, 3)
S (2, 3)	S'(-2, 3)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 8 dan tabel 3, secara umum diperoleh

> Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu y, maka akan menghasilkan bayangan $A'(-x, y)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap sumbu y

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sehingga diperoleh

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(-x, y)$$

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

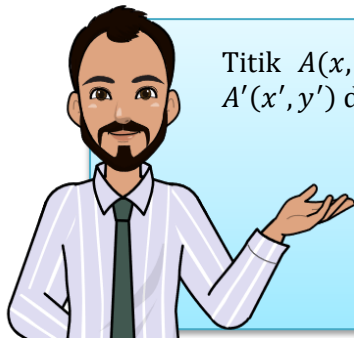
$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:
$-x = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka $a = -1$ dan $b = 0$
Cek :
Substitusi $a = -1$ dan $b = 0$ ke persamaan $-x = ax + by$

$$-x = (-1) \cdot x + 0 \cdot y$$
$$-x = -x$$

$y = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka $c = 0$ dan $d = 1$
Cek :
Substitusi $c = 0$ dan $d = 1$ ke persamaan $y = cx + dy$

$$y = 0 \cdot x + 1 \cdot y$$
$$y = y$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap sumbu y adalah $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu y menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap sumbu y perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap sumbu y maka bayangan titik A adalah ...

Pembahasan:

$$A(-4, -3) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \rightarrow$$ Lakukan perkalian matriks

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(4, -3)$

Contoh Soal 2:

Jika garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu y maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan;
Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$x' = -x \rightarrow x = -x'$

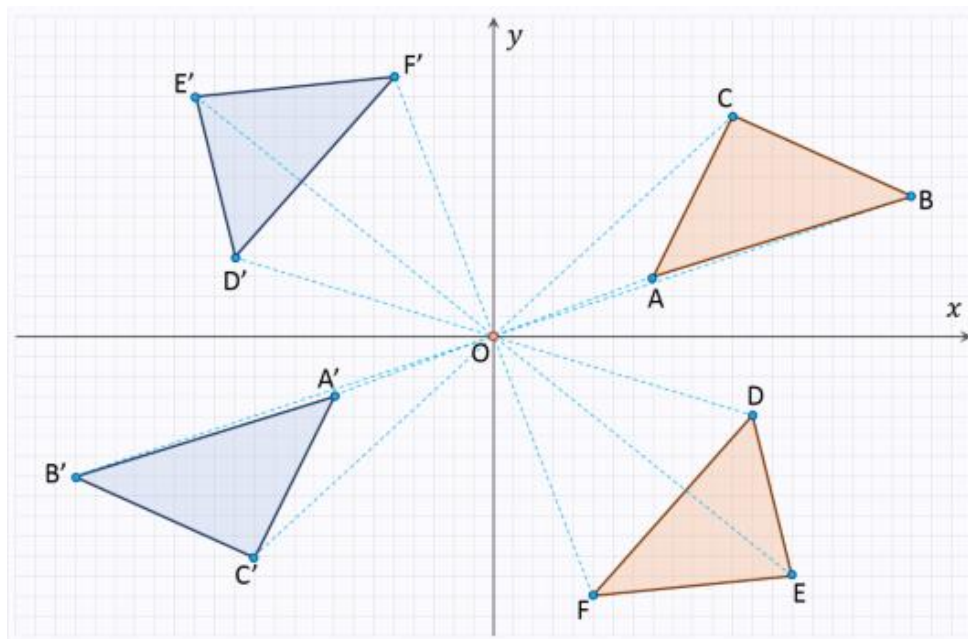
$y' = y \rightarrow y = y'$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = y'$ ke persamaan garis l

$$3x - 2y - 5 = 0$$
$$3(-x') - 2(y') - 5 = 0$$
$$-3x' - 2y' - 5 = 0$$
$$3x + 2y + 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $3x + 2y + 5 = 0$

3. Refleksi terhadap titik asal O(0, 0)

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap titik asal O(0, 0) mari kita amati pencerminan segitiga ABC dan segitiga DEF. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC dan titik D, E, F pada segitiga DEF setelah dicerminkan terhadap titik asal yaitu titik O(0, 0)?

Gambar 9. Segitiga ABC dan segitiga PQRS direfleksikan terhadap titik asal O(0, 0)
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 9, kita dapat melihat bahwa segitiga A'B'C' merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap titik asal O(0,0). Segitiga D'E'F' merupakan hasil bayangan segitiga DEF setelah dicerminkan terhadap titik asal O(0,0). Anak-anak untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik yang terjadi pada segitiga ABC dan segitiga DEF dapat dilihat pada tabel 4.

Tabel 4. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap titik asal O(0, 0)

Titik	Koordinat Bayangan
A (8, 3)	A'(-8, -3)
B (14, 7)	B'(-14, -7)
C (12,11)	C'(-12, -11)
D (13, -4)	D'(-13, 4)
E (15, -12)	E'(-15, 12)
F (5, -13)	F' (-5, 13)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 9 dan tabel 4, secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap titik asal O(0, 0), maka akan menghasilkan bayangan $A'(-x, -y)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap titik asal O(0, 0)

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sehingga diperoleh

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(-x, y)$$
$$\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$-x = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka $a = -1$ dan $b = 0$

Cek :

Substitusi $a = -1$ dan $b = 0$ ke persamaan $-x = ax + by$

$$-x = (-1) \cdot x + 0 \cdot y$$
$$-x = -x$$

$-y = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka $c = 0$ dan $d = -1$

Cek :

Substitusi $c = 0$ dan $d = 1$ ke persamaan $y = cx + dy$

$$-y = 0 \cdot x + (-1) \cdot y$$
$$-y = -y$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap titik asal O(0, 0) adalah $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap titik asal O(0,0) menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap titik asal O(0,0) perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $A(-4,-3)$ dicerminkan terhadap titik asal O(0, 0) maka bayangan titik A adalah ...

Pembahasan:

$$A(-4,-3) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(4,3)$

Contoh Soal 2:

Jika garis $l: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap titik asal O(0, 0) maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan:

Misal titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis l

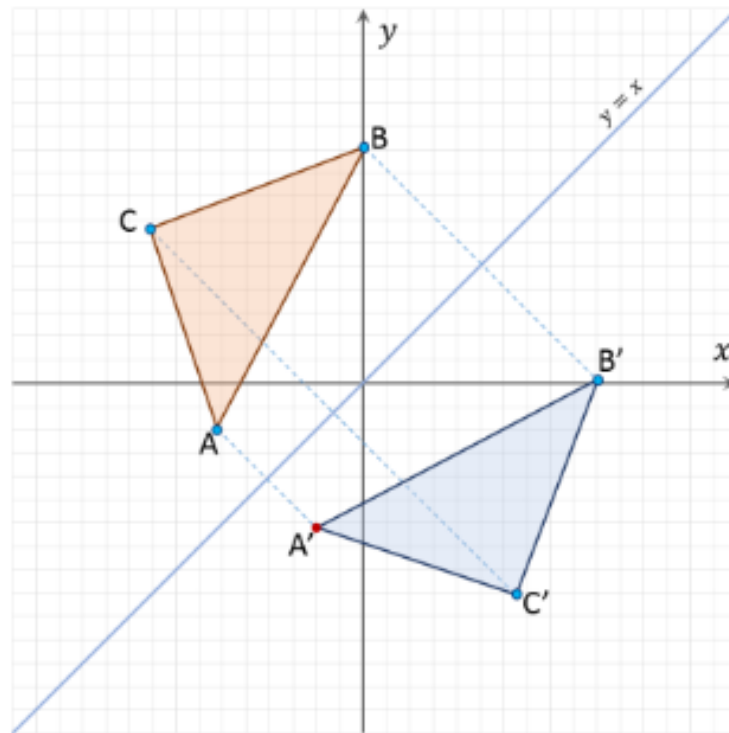
$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(-x') - 2(-y') - 5 = 0$$

$$-3x' + 2y' - 5 = 0$$

Jadi persamaan bayangan garis l adalah $-3x' + 2y' - 5 = 0$

4. Refleksi terhadap garis $y = x$

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $y = x$ mari kita amati pencerminan segitiga ABC. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = x$?

Gambar 10. Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis $y = x$
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 10, kita dapat melihat bahwa segitiga A'B'C' merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = x$. Anak-anak, untuk mudah memahami peurbahan koordinat setiap titik A, B dan C yang terjadi pada segitiga ABC dapat dilihat pada tabel 5.

Tabel 5. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis $y = x$

Titik	Koordinat Bayangan
A (-6, -2)	A'(-2, -6)
B (0, 10)	B'(10, 0)
C (-9,7)	C'(7, -9)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 10 dan tabel 5, secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(y, x)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap garis $y = x$

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sehingga diperoleh

$$A(x, y) \overset{M_{y=x}}{\rightarrow} A'(y, x)$$
$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$y = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka $a = 0$ dan $b = 1$
Cek :
Substitusi $a = 0$ dan $b = 1$ ke persamaan $y = ax + by$

$$y = 0 \cdot x + 1 \cdot y$$
$$y = y$$

$x = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka $c = 1$ dan $d = 0$
Cek :
Substitusi $c = 1$ dan $d = 0$ ke persamaan $x = cx + dy$

$$x = 1 \cdot x + 0 \cdot y$$
$$x = x$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis $y = -x$ perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $P(-5, 4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka bayangan titik P adalah ...

Pembahasan:

$$P(-5, 4) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(4, -5)$

Contoh Soal 2:

Jika garis $l: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = x$maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan:
Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

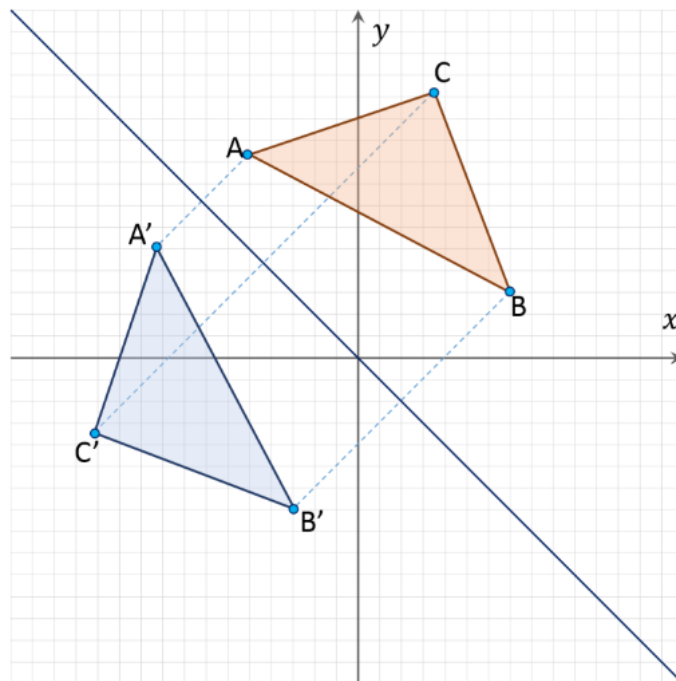
$$x' = y \rightarrow y = x'$$
$$y' = x \rightarrow x = y'$$

Substitusi $x = y'$ dan$y = x'$ ke persamaan garis l

$$3x - 2y - 5 = 0$$
$$3(y') - 2(x') - 5 = 0$$
$$3y' - 2x' - 5 = 0$$
$$-2x' + 3y' - 5 = 0$$
$$-2x + 3y - 5 = 0$$

Jadi persamaan bayangan garis l adalah $-2x + 3y - 5 = 0$

5. Refleksi terhadap garis $y = -x$

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $y = -x$ mari kita amati pencerminan segitiga ABC pada gambar 11. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = -x$?

Gambar 11. Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis $y = x$
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 11, kita dapat melihat bahwa segitiga A'B'C' merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = -x$. Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik A, B dan C yang terjadi pada segitiga ABC dapat dilihat pada tabel 6.

Tabel 6. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis $y = -x$

Titik	Koordinat Bayangan
A (-5,9)	A'(5, -9)
B (7,3)	B'(-3, -7)
C (4,12)	C'(-12, -4)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 11 dan tabel 6, secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(-y, -x)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap garis $y = -x$

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sehingga diperoleh

$$A(x, y) \overset{M_{y=-x}}{\rightarrow} A'(y, x)$$
$$\begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$-y = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka $a = 0$ dan $b = -1$

Cek :

Substitusi $a = 0$ dan $b = -1$ ke persamaan $-y = ax + by$

$$-y = 0 \cdot x + (-1) \cdot y$$
$$-y = -y$$

$-x = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka $c = -1$ dan $d = 0$

Cek :

Substitusi $c = -1$ dan $d = 0$ ke persamaan $-x = cx + dy$

$$-x = (-1) \cdot x + 0 \cdot y$$
$$-x = -x$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap garis $y = -x$ adalah $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis $y = -x$ perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $P(-5,4)$ dicerminkan terhadap garis $y=-x$ maka bayangan titik P adalah

$$P(-5,4) \xrightarrow{M_{y=-x}} P'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(-4,5)$

Contoh Soal 2:

Jika garis $g: 4x-3y+11=0$ dicerminkan terhadap garis $y=-x$maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan:

Misal titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan $4x-3y+11=0$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

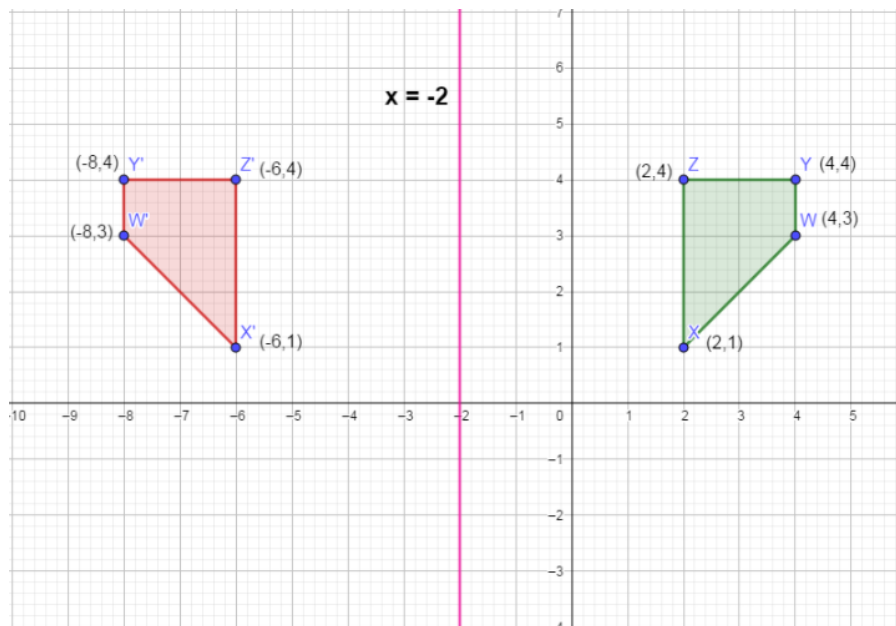
$$x' = -y \rightarrow y = -x'$$
$$y' = -x \rightarrow x = -y'$$

Substitusi $x=-y'$dan$y=-x'$ ke persamaan garis l

$$4x-3y+11=0$$
$$4(-y')-3(-x')+11=0$$
$$-4y'+3x'+11=0$$
$$3x'-4y'+11=0$$
$$3x-4y+11=0$$

Jadi persamaan bayangan garis g adalah $3x-4y+11=0$

6. Refleksi terhadap garis $x=h$

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $x=h$ mari kita amati pencerminan segi empat XWYZpada gambar 12. Bagaimana perubahan setiap titik X, W, Y, dan Z pada segi empat XWYZ setelah dicerminkan terhadap garis $x=h$?

Gambar 12. Segi empat XWYZ direfleksikan terhadap garis $x = h$
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Pada gambar 12, kita dapat melihat bahwa segiempat X'W'Y'Z' merupakan hasil pencerminan dari segiempat XWYZ setelah direfleksikan terhadap garis $x = h$. Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik X, Y, W dan Z yang terjadi pada segiempat XWYZ dapat dilihat pada tabel 7.

Tabel 7. Koordinat pencerminan titik pada segi empat terhadap garis $x = h$

Titik	Koordinat Bayangan
X (2, 1)	X'(-6, 1)
Y (4,4)	Y'(-8, 4)
W (4, 3)	W'(-8, 3)
Z (2, 4)	Z'(-6, 4)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 12 dan tabel 7, terlihat perubahan titik terjadi pada koordinat x sedangkan untuk koordinat y tetap, sehingga secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = h$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(2h - x, y)$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = h$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis $x = h$ perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $P(5, 2)$ dicerminkan terhadap garis $x = 2$ maka bayangan titik P adalah ...

Pembahasan:

$$P(5,2) \xrightarrow{M_{x=2}} P'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5+4 \\ 2+0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(-1, 2)$

Contoh Soal 2:

Jika kurva $y = x^2 + 3x - 5$ dicerminkan terhadap garis $x = 2$ maka hasil bayangan kurva adalah ...

Pembahasan:

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $y = x^2 + 3x - 5$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{M_{x=2}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+4 \\ y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x + 4 \rightarrow x = 4 - x'$$
$$y' = y \rightarrow y = y'$$

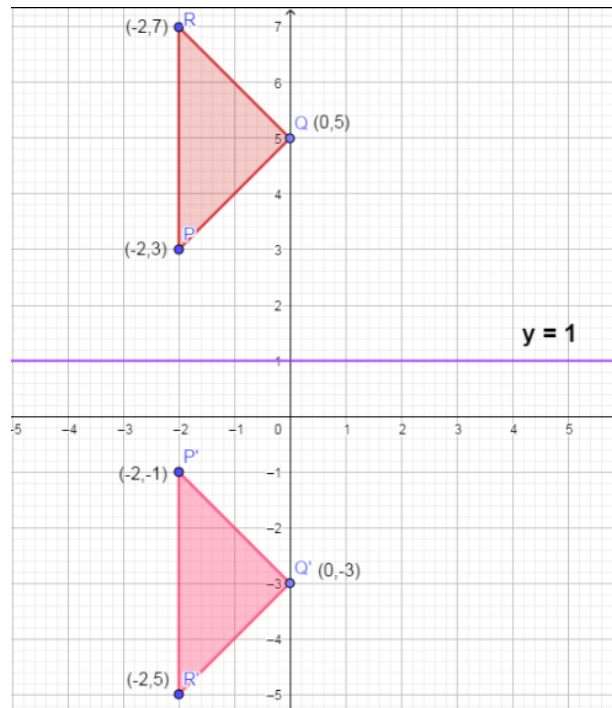
Substitusi $x = 4 - x'$ dan $y = y'$ ke persamaan kurva $y = x^2 + 3x - 5$

$$y' = (4 - x')^2 + 3(4 - x') - 5$$
$$y' = (4 - x')(4 - x') + 3(4 - x') - 5$$
$$y' = 16 - 4x' - 4x' + x'^2 + 12 - 3x' - 5$$
$$y' = x'^2 - 4x' - 4x' - 3x' + 16 + 12 - 5$$
$$y' = x'^2 - 11x' + 23$$

$$y = x^2 - 11x + 23$$

Jadi persamaan bayangan garis g adalah $y = x^2 - 11x + 23$

7. Refleksi terhadap garis $y = k$

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $y = k$ mari kita amati pencerminan segitiga PQR pada gambar 13. Bagaimana perubahan setiap titik P, Q, dan R pada segitiga PQR setelah dicerminkan terhadap garis $y = k$?

Gambar 13. Segitigs PQR direfleksikan terhadap garis $y = k$
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Pada gambar 13, kita dapat melihat bahwa segitiga P'Q'R' merupakan hasil pencerminan dari segitiga PQR setelah direfleksikan terhadap garis $y = k$. Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik P, Q dan R yang terjadi pada segitiga PQR dapat dilihat pada tabel 8.

Tabel 8. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis $y = k$

Titik	Koordinat Bayangan
P (-2, 3)	P'(-2, -1)
Q (0, 5)	Q'(0, -3)
R (-2, 7)	R'(-2, 5)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 13 dan tabel 8, terlihat perubahan titik terjadi pada koordinat x sedangkan untuk koordinat y tetap, sehingga secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = k$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(x, 2k - y)$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = k$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=k}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis $y = k$ perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $P(5, 2)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$ maka bayangan titik P adalah ...

Pembahasan:

$$P(5,2) \xrightarrow{M_{y=2}} P'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+0 \\ -2+4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(5, 2)$

Contoh Soal 2:

Jika kurva $y = x^2 + 3x - 5$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$ maka hasil bayangan kurva adalah ...

Pembahasan:

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $y = x^2 + 3x - 5$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=2}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y+4 \end{pmatrix}$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x \rightarrow x = x'$$
$$y' = -y + 4 \rightarrow y = 4 - y'$$

Substitusi $x = x'$dan $y = 4 - y'$ ke persamaan kurva $y = x^2 + 3x - 5$

$$(4 - y') = (x')^2 + 3(x') - 5$$
$$-y' = x'^2 + 3x' - 5 - 4$$
$$-y' = x'^2 + 3x' - 9$$
$$y' = -x'^2 + 3x' - 9$$
$$y = -x^2 + 3x - 9$$

Jadi persamaan bayangan garis g adalah $y = -x^2 + 3x - 9$

C. Rangkuman

1. **Refleksi (pencerminan)** adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_a dengan a merupakan sumbu cermin.
2. **Sifat-sifat Refleksi:**
   1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
   2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
   3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar
3. **Jenis-jenis refleksi**
   Misalkan koordinat titik asal A(x, y) akan direfleksikan tehadap sumbu X, sumbu Y, titik asal O (0,0), garis $y = x$, garis $y = -x$, garis $x = h$, garis $y = k$, dan garis $y = x \tan \alpha$ akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

efleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal O (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = k$	$A'(x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$

D. Latihan Soal

Anak- anak, untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap translasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Essay

1. Titik $A(3,-5)$ dicerminkan terhadap titik asal $(0,0)$. Koordinat bayangan titik A adalah …
2. Titik $P(5,-4)$ dicerminkan terhadap garis $y=x$. Koordinat bayangan titik P adalah …
3. Titik $Q(-3,7)$ dicerminkan terhadap garis $y=-x$. Koordinat bayangan titik Q adalah …
4. Titik $S(4,7)$ dicerminkan terhadap garis $y=2$. Koordinat bayangan titik S adalah …
5. Tentukan koordinat titik asal pada titik $B'(5,2)$ setelah direfleksi terhadap garis $x=3$
6. Tentukan bayangan bangun segitiga ABC dengan $A(1,2)$, $B(3,-2)$ dan $C(4,1)$ akan direfleksikan oleh M_y
7. Jika garis $2y-3x+6=0$ direfleksikan terhadap sumbu x, maka persamaan bayangan garis adalah …
8. Jika garis $x-2y-3=0$ dicerminkan terhadap sumbu Y, maka persamaan bayangannya adalah …
9. Parabola $y=x^2-3x+2$ dicerminkan terhadap sumbu y. Tentukan persamaan bayangan parabola
10. Lingkaran $x^2+y^2-3x+5y-3=0$ dicerminkan terhadap garis $y=-x$. Persamaan bayangan lingkaran adalah …

Pembahasan :

No	Pembahasan Soal Uraian	Skor
1.	Titik $A(3,-5)$dicerminkan terhadap titik asal $(0,0)$ $A(3,-5)\xrightarrow{M_{(0,0)}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \rightarrow$ Lakukan perkalian matriks $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ Jadi bayangan titik A adalah $A'(-3,5)$	5 5
2.	Titik $P(5,-4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ $P(5,-4) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik P adalah $P'(-4,5)$	5 5
3.	Titik $Q(-3,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ **Pembahasan:** $Q(-3,7) \xrightarrow{M_{y=-x}} P'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik Q adalah $Q'(-7,3)$	5 5
4.	Titik $S(4,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$ $S(5,2) \xrightarrow{M_{y=2}} S'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0 \\ -7+4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik S adalah $S'(4,-3)$	2 3 5
5.	Titik $B(x,y)$ direfleksikan terhadap garis $x = 2$ menghasilkan bayangan titik $B'(5,2)$	

<table>
<tr><td></td><td>Dengan menggunakan konsep refleksi pada garis $x = 2$ diperoleh
$B(x, y) \xrightarrow{M_{x=2}} B'(5, 2)$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 4 \\ y + 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 4 \\ y \end{pmatrix}$
Dengan kesamaan dua matriks diperoleh
$5 = -x + 4$ dan $y = 2$
$x = 4 - 5$
$x = -1$
Jadi, Koordinat titik asal B adalah $(-1, 2)$</td><td>2
3
3
2</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Diketahui segitiga ABC dengan $A(1, 2)$, $B(3, -2)$ dan $C(4,1)$ akan direfleksikan oleh M_y
Kita gunakan konsep refleksi oleh M_y sebagai berikut
$A(1, 2) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$
$B(3, -2) \xrightarrow{M_y} B'(x', y')$
$C(4, 1) \xrightarrow{M_y} C'(x', y')$
Selanjutnya, koordinat titik A, B, dan C pada segitiga kita tuliskan dalam bentuk sebuah matriks. Karena terdapat 3 titik sehingga matriks yang akan dibuat berordo 2×3 dengan ketentuan sebagai berikut :
1. Baris pertama matrik diisi oleh komponen x
2. Baris kedua matriks diisi oleh komponen y
3. Kolom pertama diisi koordinat titik A
4. Kolom kedua diisi koordinat titik B
5. Kolom ketiga diisi koordinat titik C
Sehingga matriks yang terbentuk adalah $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Matriks berikut akan dikalikan dengan bentuk matriks untuk refleksi M_y seperti berikut ini
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
Jadi, bayangan titik A, B, dan C berturut-turut adalah $A'(-1, 2), B'(-3, -2)$ dan $C'(-4, 1)$</td><td>2
3
5</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Garis $2y - 3x + 6 = 0$ direfleksikan terhadap sumbu x
Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $2y - 3x + 6 = 0$ sehingga
$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x', y')$</td><td></td></tr>
</table>

	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x \to x = x'$ $y' = -y \to y = -y'$ Substitusi $x = x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis $2y - 3x + 6 = 0$ $2(-y') - 3(x') + 6 = 0$ $-2y' - 3x' + 6 = 0$ $-3x' - 2y' + 6 = 0$ kalikan dengan -1 sehingga tanda menjadi berubah $3x' + 2y' - 6 = 0$ $3x' + 2y' - 6 = 0$ $3x + 2y - 6 = 0$ Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $3x + 2y - 6 = 0$	**3** **2** **5**
8	Garis $x - 2y - 3 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu y Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $x - 2y - 3 = 0$ sehingga $A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = -x \to x = -x'$ $y' = y \to y = y'$ Substitusi $x = -x'$ dan $y = y'$ ke persamaan garis $x - 2y - 3 = 0$ $-x' - 2(y') - 3 = 0$ $-x' - 2y' - 3 = 0$ Kalikan persamaan $-x' - 2y' - 3 = 0$ dengan -1 sehingga diperoleh $x' + 2y' + 3 = 0$ $x + 2y + 3 = 0$ Jadi, persamaan bayangan garis $x - 2y - 3 = 0$ adalah $x + 2y + 3 = 0$	**3** **2** **5**
9	Parabola $y = x^2 - 3x + 2$ dicerminkan terhadap sumbu y Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan parabola $y = x^2 - 3x + 2$ sehingga $A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = -x \to x = -x'$ $y' = y \to y = y'$ Substitusi $x = -x'$ dan $y = y'$ ke persamaan parabola $y = x^2 - 3x + 2$ $y' = (-x')^2 - 3(-x') + 2$ $y' = x'^2 + 3x' + 2$	**3** **2** **5**

	$y = x^2 + 3x + 2$ Jadi, persamaan bayangan parabola $y = x^2 - 3x + 2$ adalah $y = x^2 + 3x + 2$	
10	Lingkaran $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 3 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 3 = 0$ sehingga $A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = -y \rightarrow y = -x'$ $y' = -x \rightarrow x = -y'$ Substitusi $\boldsymbol{x} = -\boldsymbol{y}'$ dan $\boldsymbol{y} = -\boldsymbol{x}'$ ke persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 3 = 0$ $(-y')^2 + (-x')^2 - 3(-y') + 5(-x') - 3 = 0$ $y'^2 + x'^2 + 3y - 5x' - 3 = 0$ $x'^2 + y'^2 - 5x' + 3y' - 3 = 0$ $x^2 + y^2 - 5x + 3y - 3 = 0$ Jadi persamaan bayangan lingkaran $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 3 = 0$ adalah $x^2 + y^2 - 5x + 3y - 3 = 0$	**3** **2** **5**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total} x\ 100\%$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian dari refleksi?		
2.	Apakah kalian memahami sifat-sifat refleksi ?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap sumbu X dari suatu titik?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap sumbu Y dari suatu titik?		
5.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $y = x$ dari suatu titik?		
6.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $y = -x$ dari suatu titik?		
7.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap titik O(0,0) dari suatu titik?		
8.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $x = a$ dari suatu titik?		
9.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $y = b$ dari suatu titik?		
10.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap sumbu X dari suatu kurva?		
11.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap sumbu Y dari suatu kurva?		
12.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $y = x$ dari suatu kurva?		
13.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $y = -x$ dari suatu kurva?		
14.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap titik O(0,0) dari suatu kurva?		
15.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $x = a$ dari suatu kurva?		
16.	Apakah kalian dapat menentukan refleksi terhadap garis $y = b$ dari suatu kurva?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3
ROTASI (PERPUTARAN)

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 3 ini kalian diharapkan dapat :
1. Memahami tentang pengertian rotasi.
2. Menentukan rotasi titik terhadap pusat $(0, 0)$
3. Menentukan rotasi kurva terhadap pusat $(0, 0)$
4. Menentukan rotasi titik terhadap pusat (a, b)
5. Menentukan rotasi kurva terhadap pusat (a, b)

B. Uraian Materi

Pengertian Rotasi

Pada kegiatan pembelajaran 3 ini kita akan membahas gerak berputar atau dalam transformasi geometri disebut rotasi. Komedi putar, gangsing, kipas angin, dan jarum jam merupakan beberapa contoh objek yang bergerak dengan berputar. Gambar 14 menunjukkan anak-anak yang sedang bermain gangsing. Ketika bermain, gangsing dapat diputar serah jarum jam ataupun berlawanan arah jarum jam dengan pusat tertentu. Dalam matematika proses memutar gangsing termasuk dalam rotasi.

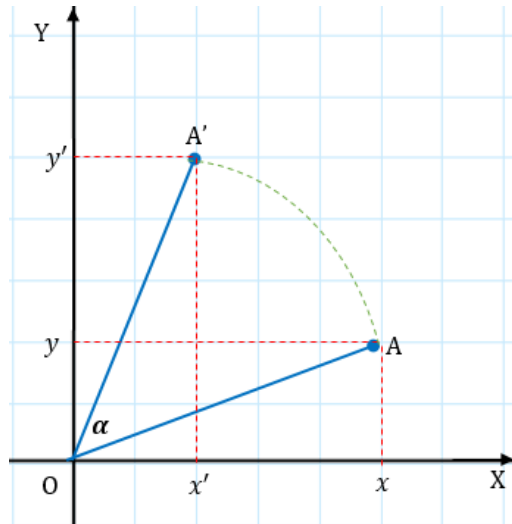
Gambar 14 Anak-anak bermain gangsing
Sumber : https://lembagakebudayaanbetawi.org/gangsing-gasing/

Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.
Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh :
1. Titik pusat rotasi
2. Besar sudut rotasi
3. Arah sudut rotasi

Sudut rotasi merupakan sudut antara garis yang menghubungkan titik asal dan pusat rotasi yang menghubungkan titik bayangan dan pusat rotasi.
Jika **arah rotasi** diputar **searah jarum jam** maka besar sudut rotasi negatif $(-\boldsymbol{\alpha})$
Jika **arah rotasi** diputar **berlawanan jarum jam** maka besar sudut rotasi poitif $(\boldsymbol{\alpha})$

Rotasi dinotasikan dengan $\boldsymbol{R(P,\alpha)}$ dimana P merupakan pusat rotasi dan α besar sudut rotasi.

Rotasi terhadap titik pusat $(\mathbf{0},\mathbf{0})$

Anak-anakku, untuk memahami bentuk rotasi pada titik pusat (0, 0), kita bisa amati perpindahan titik A pada gambar 15.

Gambar 15 Rotasi titik A terhadap titik puat O(0, 0)
Sumber : Koleksi pribadi

Misalkan terdapat sebuah titik $A(x,y)$ akan dirotasikan sebesar α dengan pusat $(0,0)$ dan akan menghasilkan titik $A'(x',y')$ dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x,y)\xrightarrow{R_{[O(0,0),\alpha]}}A'(x',y')$$

Titik (x,y) dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat $(0,0)$ menghasilkan bayangan titik (x',y') dengan aturan

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep rotasi terhadap titik pusat (0, 0) perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Tentukan bayangan titik $C(3,1)$ jika dirotasikan berlawanan arah jarum jam sebesar $90°$ dan berpusat $(0,0)$!

Pembahasan :

Koordinat titik $C(3,1)$ akan dirotasikan $R_{[O(0,0),90°]}$

$$C(3,1)\xrightarrow{R_{[O(0,0),90°]}}C'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi, hasil bayangan titik C adalah $C'(-1, 3)$

Contoh Soal 2:

Garis $3x - 4y + 12 = 0$ dirotasikan sebesar $180°$ terhadap titik pusat $(0, 0)$. Persamaan garis hasil rotasi adalah ...

Pembahasan :

Misalkan titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan garis $3x - 4y + 12 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[O(0,0),180°]}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 180° & -\sin 180° \\ \sin 180° & \cos 180° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

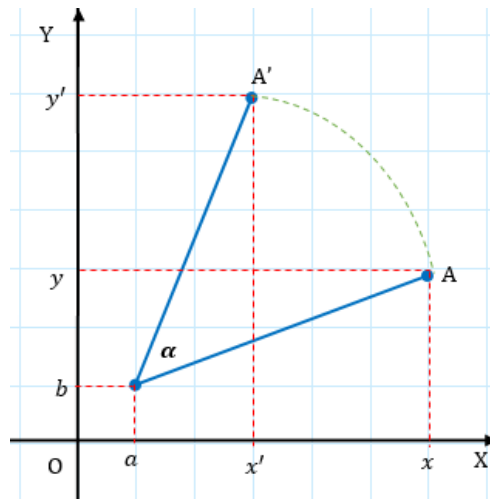
$$x' = -x \to x = -x'$$
$$y' = -y \to y = -y'$$

Substitusi $\boldsymbol{x} = -\boldsymbol{x}'$dan $\boldsymbol{y} = -\boldsymbol{y}'$ ke persamaan garis $3x - 4y + 12 = 0$ diperoleh

$$3(-x') - 4(-y') + 12 = 0$$
$$-3x' + 4y' + 12 = 0$$
$$-3x + 4y + 12 = 0$$

Jadi, persamaan garis hasil rotasi adalah $-3x + 4y + 12 = 0$

Rotasi terhadap titik pusat $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

Anak-anakku, untuk memahami bentuk rotasi pada titik pusat (a, b), kita bisa amati perpindahan titik A pada gambar 16.

Gambar 16 Rotasi titik A terhadap titik puat O(a, b)
Sumber : Koleksi pribadi

Misalkan terdapat sebuah titik $A(x, y)$ akan dirotasikan sebesar α dengan pusat (a, b) dan akan menghasilkan titik $A'(x', y')$ dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[(a,b),\alpha]}} A'(x', y')$$

Titik (x, y) dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat (a, b) menghasilkan bayangan titik (x', y') dengan aturan

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep rotasi terhadap titik pusat (a, b) perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Tentukan bayangan titik $C(3, 1)$ jika dirotasikan berlawanan arah jarum jam sebesar $90°$ dan berpusat $(2, 4)$!

Pembahasan :
Koordinat titik $C(3, 1)$ akan dirotasikan $R_{[(2,4),90°]}$

$$C(3, 1) \xrightarrow{R_{[(2,4),90°]}} C'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3-2 \\ 1-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+2 \\ 1+4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi, hasil bayangan titik C adalah $C'(4,5)$

Contoh Soal 2:

Garis $3x - 4y + 12 = 0$ dirotasikan sebesar $180°$ terhadap titik pusat $(1,2)$. Persamaan garis hasil rotasi adalah ...

Pembahasan :

Misalkan titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan garis $3x - 4y + 12 = 0$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{R_{[(1,2),180°]}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 180° & -\sin 180° \\ \sin 180° & \cos 180° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1(x-1) \\ -1(y-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+1 \\ -y+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+1+2 \\ -y+2+2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+3 \\ -y+4 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x + 3 \rightarrow x = 3 - x'$$
$$y' = -y + 4 \rightarrow y = 4 - y'$$

Substitusi $\boldsymbol{x = 3 - x'}$ dan $\boldsymbol{y = 4 - y'}$ ke persamaan garis $3x - 4y + 12 = 0$ diperoleh

$$3(3 - x') - 4(4 - y') + 12 = 0$$
$$9 - 3x' - 16 + 4y' + 12 = 0$$
$$-3x' + 4y' + 9 - 16 + 12 = 0$$
$$-3x' + 4y' + 5 = 0$$
$$-3x + 4y + 5 = 0$$

Jadi, persamaan garis hasil rotasi adalah $-3x + 4y + 5 = 0$

C. Rangkuman

1. **Rotasi** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.
2. Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh :
   1. Titik pusat rotasi
   2. Besar sudut rotasi
   3. Arah sudut rotasi
      a. Jika **arah rotasi** diputar **searah jarum jam** maka besar sudut rotasi negatif $(-\boldsymbol{\alpha})$
      b. Jika **arah rotasi** diputar **berlawanan jarum jam** maka besar sudut rotasi poitif $(\boldsymbol{\alpha})$
3. Rotasi dinotasikan dengan $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{\alpha})$ dimana P merupakan pusat rotasi dan α besar sudut rotasi.
4. **Jenis-jenis rotasi berdasarkan titik pusat**
   Misalkan koordinat titik asal A(x, y) akan dirotasikan dengan besar sudut α terhadap pusat $(0, 0)$ dan pusat (a, b)akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

D. Latihan Soal

Anak- anak, untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap rotasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Essay:

1. Titik $A(-2, 3)$ dirotasikan sebesar $90°$ terhadap titik pusat $(0, 0)$. Hasil rotasi titik A adalah …
2. Titik $D(6\ 3)$ dirotasikan sebesar $270°$ terhadap titik pusat $(2, 4)$. Hasil rotasi titik D adalah …
3. Titik B dirotasikan sebsar $90°$ terhadap titik pusat $(2, 1)$ menghasilkan bayangan $B'(-2, 4)$. Koordinat titik B adalah …
4. Titik C dirotasikan sebsar $180°$ terhadap titik pusat $(2, 3)$ menghasilkan bayangan $C'(4, -1)$. Koordinat titik C adalah …
5. Bayangan titik $(4, -5)$ oleh rotasi $R[P, 90°]$ adalah $(10, 5)$. Titik pusat rotasi tersebut adalah …
6. Diketahui segitiga PQR dengan koordinat titik sudut $P(3, 2), Q(4, -1)$ dan $R(5, 3)$. Segitiga PQR diputar sebesar 180° terhadap titik pusat (0,0) diperoleh bayangan segitiga P'Q'R'. Koordinat P', Q' dan R' berturut-turut adalah …
7. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik sudut $A(-3, 2), B(2, 4)$ dan $C(-1, -1)$. Segitiga ABC diputar sebesar $-\pi$ terhadap titik pusat (5,1) diperoleh bayangan segitiga A'B'C'. Koordinat A', B' dan C' berturut-turut adalah …
8. Persamaan garis $2x + y + 3 = 0$ dirotasikan dengan pusat $(0, 0)$ sebesar $90°$ berlawanan arah jarum jam. Tentukan persamaan bayangannya
9. Lingkaran $L: x^2 + y^2 = 9$ dirotasikan sebesar $90°$ terhadap titik $P(2, -1)$. Persamaan lingkaran hasil rotasi tersebut adalah …
10. Bayangan garis g oleh rotasi terhadap titik pusat $P(-4, 1)$ sebesar $\frac{3}{2}\pi$ adalah $3y + 2x + 24 = 0$. Persamaan garis g adalah …

Pembahasan:

<table>
<tr><th>No</th><th>Pembahasan</th><th>Skor</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Titik $A(-2,3)$ dirotasikan $R_{[O(0,0),90°]}$
$$A(-2,3)\xrightarrow{R_{[O(0,0),90°]}} A'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 90° & -\sin 90°\\ \sin 90° & \cos 90°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$$
Jadi, hasil bayangan titik A adalah $A'(-3,-2)$</td><td>5

5</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Titik $D(6\ 3)$ dirotasikan $R_{[(2,4),270°]}$
$$D(6,3)\xrightarrow{R_{[(2,4),270°]}} D'(x',y')$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 270° & -\sin 270°\\ \sin 270° & \cos 270°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}6-2\\3-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1+2\\-4+4\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$
Jadi, hasil bayangan titik D adalah $D'(1,0)$</td><td>2

3

5</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Titik B dirotasikan sebsar $90°$ terhadap titik pusat $(2,1)$ menghasilkan bayangan $B'(-2,4)$.
$$B(x,y)\xrightarrow{R_{[(2,1),90°]}} B'(-2,4)$$
$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 90° & -\sin 90°\\ \sin 90° & \cos 90°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2\\y-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2\\y-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-(y-1)\\x-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-y+1\\x-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-y+1+2\\x-2+1\end{pmatrix}$$</td><td>2

3

3</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-y+3\\x-1\end{pmatrix}$
Dengan menggunakan kesamaan dua matriks diperoleh
$-2=-y+3$
$y=3+2$
$\boldsymbol{y=5}$
$4=x-1$
$4+1=x$
$5=x$
$\boldsymbol{x=5}$
Jadi, koordinat titik asal B adalah $(5,5)$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Titik C dirotasikan sebsar $180°$ terhadap titik pusat $(2,3)$ menghasilkan bayangan $C'(4,-1)$.
$C(x,y)\xrightarrow{R_{[(2,3),180°]}}C'(4,-1)$
$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 180° & -\sin 180°\\ \sin 180° & \cos 180°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2\\y-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2\\y-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-(x-2)\\-(y-3)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+2\\-y+3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+2+2\\-y+3+3\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+4\\-y+6\end{pmatrix}$
Dengan menggunakan kesamaan dua matriks diperoleh
$4=-x+4$
$x=4-4$
$\boldsymbol{x=0}$
$-1=-y+6$
$y=6+1$
$\boldsymbol{y=7}$
Jadi, koordinat titik asal C adalah $(0,7)$</td><td>2
3
3
2</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Bayangan titik $(4,-5)$ oleh rotasi $R[P,90°]$ adalah $(10,5)$.
Ditanyakan titik pusat rotasi $P(a,b)$
$(4,5)\xrightarrow{R_{[(a,b),90°]}}(10,5)$
$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 90° & -\sin 90°\\ \sin 90° & \cos 90°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4-a\\-5-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4-a\\-5-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-(-5-b)\\4-a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5+b\\4-a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$</td><td>1
2</td></tr>
</table>

	$\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5+b+a\\4-a+b\end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $10 = 5 + b + a$ $10 - 5 = a + b$ $5 = a + b$ $\boldsymbol{a + b = 5}$ $a + b = 5$ merupakan persamaan 1) $5 = 4 - a + b$ $5 - 4 = -a + b$ $1 = -a + b$ $\boldsymbol{-a + b = 1}$ $-a + b = 1$ merupakan persamaan 2) Langkah selanjutnya eliminasi persamaan 1) dan persamaan 2) untuk mencari nilai a dan b $a + b = 5$ $\underline{-a + b = 1\ +}$ $2b = 6$ $b = \frac{6}{2}$ $b = 3$ Substitusi nilai $b = 3$ ke persamaan 1) sehingga diperoleh $a + b = 5$ $a + 3 = 5$ $a = 5 - 3$ $a = 2$ Jadi, titik pusat rotasi adalah $P(a, b) = P(2, 3)$	**3** **2** **2**
6.	Diketahui segitiga PQR dengan koordinat titik sudut $P(3,2), Q(4,-1)$ dan $R(5,3)$. Segitiga PQR diputar sebesar 180° terhadap titik pusat (0,0) Kita gunakan konsep rotasi terhadap pusat (0, 0) sebagai berikut $P(3,2) \xrightarrow{R_{[O,90°]}} P'(x', y')$ $Q(4,-1) \xrightarrow{R_{[O,90°]}} P'(x', y')$ $R(5,3) \xrightarrow{R_{[O,90°]}} R'(x', y')$ Selanjutnya, koordinat titik P, Q, dan R pada segitiga kita tuliskan dalam bentuk sebuah matriks. Karena terdapat 3 titik sehingga matriks yang akan dibuat berordo 2×3 dengan ketentuan sebagai berikut : 1. Baris pertama matrik diisi oleh komponen x 2. Baris kedua matriks diisi oleh komponen y 3. Kolom pertama diisi koordinat titik P 4. Kolom kedua diisi koordinat titik Q 5. Kolom ketiga diisi koordinat titik R Sehingga matriks yang terbentuk adalah $\begin{pmatrix}x_P & x_Q & x_R\\y_P & y_Q & y_R\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3 & 4 & 5\\2 & -1 & 3\end{pmatrix}$	**2** **2** **1**

	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_P & x_Q & x_R \\ y_P & y_Q & y_R \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik P, Q, dan R berturut-turut adalah $P'(-2, 3), Q'(1, 2)$ dan $R'(-3, 5)$	**2** **3**
7.	Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik sudut $A(-3, 2), B(2, 4)$ dan $C(-1, -1)$. Segitiga ABC diputar sebesar $-\pi$ terhadap titik pusat (5,1) Kita gunakan konsep rotasi terhadap pusat (a, b) pada masing-masing titik sebagai berikut. Titik $A(-3, 2)$ $A(-3, 2) \xrightarrow{R_{[(5,1),-180}} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-180°) & -\sin(-180°) \\ \sin(-180°) & \cos(-180°) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 - 5 \\ 2 - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 + 5 \\ -1 + 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 0 \end{pmatrix}$ Jadi, hasil bayangan titik A adalah $A'(13, 0)$ Titik $B(2, 4)$ $B(2, 4) \xrightarrow{R_{[(5,1),-180]}} B'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-180°) & -\sin(-180°) \\ \sin(-180°) & \cos(-180°) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 - 5 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + 5 \\ -3 + 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ Jadi, hasil bayangan titik B adalah $B'(8, -2)$ Titik $C(-1, -1)$	**1** **3** **3**

	$C(-1,-1)\xrightarrow{R_{[(5,1),-180]}} C'(x',y')$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(-180°) & -\sin(-180°)\\ \sin(-180°) & \cos(-180°)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1-5\\-1-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6+5\\2+1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\3\end{pmatrix}$ Jadi, hasil bayangan titik B adalah $B'(8,-2)$	**3**
8.	Persamaan garis $2x+y+3=0$ dirotasikan dengan $R_{[O,90°]}$ Misalkan titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan garis $2x+y+3=0$ sehingga $A(x,y)\xrightarrow{R_{[O(0,0),90°]}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 90° & -\sin 90°\\ \sin 90° & \cos 90°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-y\\x\end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x'=-y\rightarrow y=-x'$ $y'=x\rightarrow x=y'$ Substitusi $\boldsymbol{y}=-\boldsymbol{x}'$ dan $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{y}'$ ke persamaan garis $2x+y+3=0$ diperoleh $2(y')+(-x')+3=0$ $2y'-x'+3=0$ $2y-x+3=0$ Jadi, persamaan garis hasil rotasi adalah $2y-x+3=0$	**2** **3** **2** **3**
9.	Lingkaran $L: x^2+y^2=9$ dirotasikan sebesar 90° terhadap titik $P(2,-1)$ Misalkan titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan lingkaran $L: x^2+y^2=9$ sehingga diperoleh $A(x,y)\xrightarrow{R_{[(2,-1)),90°]}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 90° & -\sin 90°\\ \sin 90° & \cos 90°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2\\y-(-1)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$	**2**

	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-2 \\ y+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1(y+1) \\ x-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y-1 \\ x-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y-1+2 \\ x-2-2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y+1 \\ x-4 \end{pmatrix}$	**3**
	Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = -y+1 \rightarrow y = 1-x'$ $y' = x+4 \rightarrow x = y'-4$ Substitusi $\boldsymbol{x = y' - 4}$ dan $\boldsymbol{y = 1 - x'}$ ke persamaan lingkaran $L : x^2 + y^2 = 9$ diperoleh	**2**
	$x^2 + y^2 = 9$ $(y'-4)^2 + (1-x')^2 = 9$ $(1-x')^2 + (y'-4)^2 = 9$ **Ingat :** $(1-x')^2 = (x^2-1) = x^2 - 2x + 1$ $(x'-1)^2 + (y'-4)^2 = 9$ $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 0$ Jadi, persamaan lingkaran hasil rotasi adalah $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 0$	**3**
10.	Bayangan garis g oleh rotasi terhadap titik pusat $P(-4,1)$ sebesar $\frac{3}{2}\pi$ adalah $3y + 2x + 24 = 0$. Persamaan garis g adalah ... Misalkan titik $A'(x',y')$ memenuhi persamaan $g' : 3y' + 2x' + 24 = 0$ $A(x,y) \xrightarrow{R_{[(-4,1)),\frac{3}{2}\pi]}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) & -\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) \\ \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) & \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-(-4) \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$	**2**
	Ingat : $\pi = 180°$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270° & -\sin 270° \\ \sin 270° & \cos 270° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+4 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+4 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1 \\ -(x+4) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1 \\ -x-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1+(-4) \\ -x-4+1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1-4 \\ -x-4+1 \end{pmatrix}$	**3**

	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y-3 \\ -x-3 \end{pmatrix}$ Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = y - 3$ $y' = -x - 3 \rightarrow$ Substitusi $x' = y - 3$ dan $y' = -x - 3$ ke persamaan $g': 3y' + 2x' + 24 = 0$ diperoleh $3y' + 2x' + 24 = 0$ $3(-x - 3) + 2(y - 3) + 24 = 0$ $-3x - 9 + 2y - 6 + 24 = 0$ $-3x + 2y - 9 - 6 + 24 = 0$ $-3x + 2y + 9 = 0$ Jadi, persamaan garis g adalah $-3x + 2y + 9 = 0$	**2** **3**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total}\ x\ 100\%$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian rotasi?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan rotasi titik terhadap pusat $(0, 0)$?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan rotasi kurva terhadap pusat $(0, 0)$?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan rotasi titik terhadap pusat (a, b)?		
5.	Apakah kalian dapat menentukan rotasi kurva terhadap pusat (a, b)?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

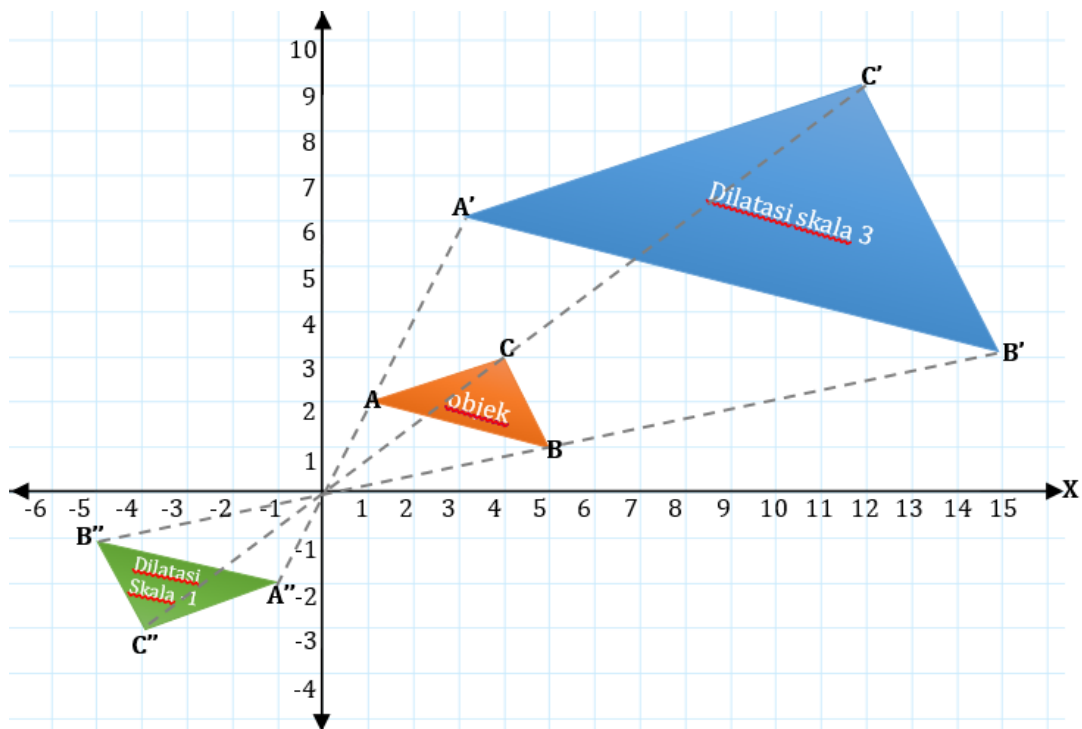
KEGIATAN PEMBELAJARAN 4
DILATASI

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 4 ini kalian diharapkan dapat :
1. Memahami pengertian dilatasi
2. Menentukan dilatasi titik pada pusat $(0, 0)$
3. Menentukan dilatasi kurva pada pusat $(0, 0)$
4. Menentukan dilatasi titik pada pusat (a, b)
5. Menentukan dilatasi kurva pada pusat (a, b)

B. Uraian Materi

Pengertian Dilatasi

Pernahkan kalian mencetak foto atau pasfoto? Bisaanya ketika mencetak pasfoto kita diminta menyebutkan ukuran seperti 2×3, 3×4 ataupun 4×6. Mencetak pasfoto dalam berbagai ukuran yaitu memperbesar atau memperkecil merupakan salah satu contoh dilatasi dalam kehidupan sehari-hari. Anak-anakku, untuk lebih memahami apa itu dilatasi, coba amati gambar 17 berikut. Apa yang dapat kalian ceritakan mengenai transformasi segitiga ABC ? Bagaimana transformasi yang terjadi ?

Gambar 17 Dilatasi segitiga ABC pada pusat $(0, 0)$
Sumber : Koleksi pribadi

Anak-anakku, jika kita amati segitiga ABC pada gambar 17, segitiga ABC akan semakin besar dengan perkalian skala 3. Kemudian, jarak OA' adalah tiga kali jarak OA, jarak OB' adalah tiga kali jarak OB, jarak OC' adalah tiga kali jarak OC. Tetapi ketika segitiga ABC dikalikan dengan faktor skala -1 menghasilkan besar dan ukuran yang sama tetapi

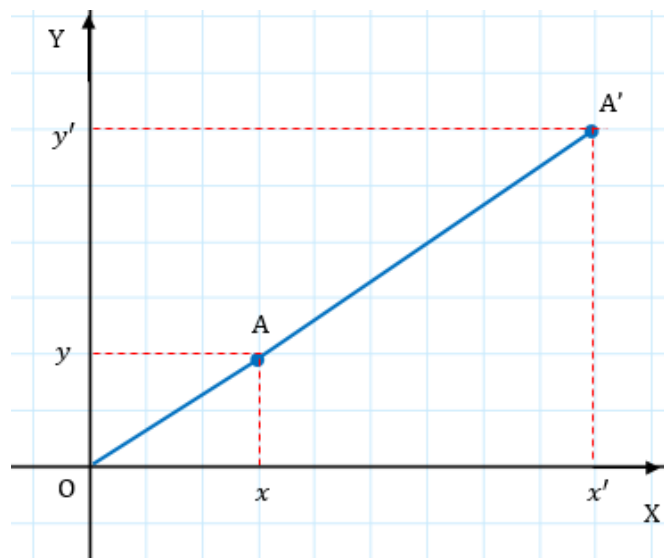
mempunyai arah yang berlawanan. Perhatikan juga jarak OA'' sama dengan jarak OA, jarak OB'' sama dengan jarak OB, dan jarak OC'' sama dengan jarak OC.
Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan :

Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi

Bangun yang diperbesar atau diperkecil (dilatasi) dengan skala k dapat mengubah ukuran atau tetap ukurannya tetapi tidak mengubah bentuk.

- Jika $k > 1$ maka bangun akan diperbesar dan terletak searah terhadap sudat dilatasi dengan bangun semula
- Jika $k = 1$ maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran dan letak
- Jika $0 < k < 1$ maka bangun akan diperkecil dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika $-1 < k < 0$ maka bangun akan diperkecil dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula
- Jika $k = -1$ maka bangun tidak akan mengalami perubahan bentuk dan ukuran dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika $k < -1$ maka bangun akan diperbesar dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.

Dilatasi terhadap Titik Pusat $(0, 0)$

Bentuk dilatasi terhadap titik pusat $O(0, 0)$ dapat diamati pada gambar 18. Titik $A(x, y)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $O(0, 0)$ menghasilkan titik $A'(x', y')$.

Gambar 18 Dilatasi titik A pada pusat $(0, 0)$
Sumber : Koleksi pribadi

Dilatasi titik A pada gambar 18 dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x,y) \xrightarrow{D_{[O,k]}} A'(x',y')$$

Titik (x,y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $(0,0)$ menghasilkan bayangan titik (x',y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep dilatasi terhadap titik pusat $O(0,0)$ yuk kita simak contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Tentukan bayangan titik $A(2,4)$ setelah didilatasikan terhadap pusat $O(0,0)$ dan faktor skala 3 !

Pembahasan

Titik $A(2,4)$ akan didilatasikan oleh $D_{[O,3]}$ dapat ditulis

$$A(2,4) \xrightarrow{D_{[O,3]}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A setelah didilatasi oleh $D_{[O,3]}$ adalah $A'(6,12)$

Contoh Soal 2:

Garis $g : 2x + 4y - 3 = 0$ didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat $(0,0)$. Persamaan garis g setelah didilatasi adalah ...

Pembahasan

Misalkan titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan garis $g: 2x + 4y - 3 = 0$

$$A(x,y) \xrightarrow{D_{[O,-2]}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x \\ -2y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}x'$$

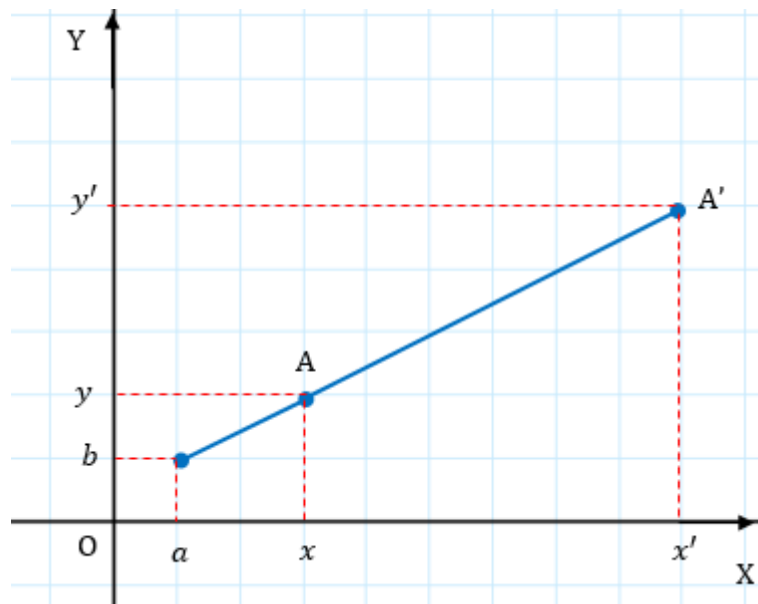
$y' = -2y' \rightarrow y = -\frac{1}{2}y'$

Substitusi $x = -\frac{1}{2}x'$ dan $y = -\frac{1}{2}y'$ ke persamaan garis $g: 2x + 4y - 3 = 0$ sehingga diperoleh

$$2x + 4y - 3 = 0$$
$$2\left(-\frac{1}{2}x'\right) + 4\left(-\frac{1}{2}y'\right) - 3 = 0$$
$$-x' - 2y' - 3 = 0$$
$$x' + 2y' + 3 = 0$$
$$x + 2y + 3 = 0$$

Jadi, persamaan garis g setelah didilatasi adalah $g': x + 2y + 3 = 0$

Dilatasi terhadap Titik Pusat (a, b)

Bentuk dilatasi terhadap titik pusat $P(a, b)$ dapat diamati pada gambar 19. Titik $A(x, y)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $P(a, b)$menghasilkan titik $A'(x', y')$.

Gambar 19 Dilatasi titik A pada pusat (a, b)
Sumber : Koleksi pribadi

Dilatasi titik A pada gambar 19 dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{D_{[(a,b),k]}} A'(x', y')$$

Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat (a, b) menghasilkan bayangan titik (x', y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep dilatasi terhadap titik pusat $P(a, b)$ yuk kita simak contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Tentukan bayangan titik $A(-5,2)$ setelah didilatasikan terhadap pusat $(3,4)$ dan faktor skala -3 !

Pembahasan:
Titik $A(-5,2)$ akan didilatasikan oleh $D_{[(3,4),-3]}$ dapat ditulis

$$A(-5,2) \xrightarrow{D_{[(3,4),-3]}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -5-3 \\ 2-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -8 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24+3 \\ 6+4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A setelah didilatasi oleh $D_{[(3,4),-3]}$ adalah $A'(27,10)$

Contoh Soal 2:

Garis $g : 2x + 4y - 3 = 0$ didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat $(2,-4)$. Persamaan garis g setelah didilatasi adalah ...

Pembahasan
Misalkan titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan garis $g: 2x + 4y - 3 = 0$

$$A(x,y) \xrightarrow{D_{[(2,-4),-2]}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-(-4) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-2 \\ y+4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2(x-2) \\ -2(y+4) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x+4 \\ -2y-8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x+4+2 \\ -2y-8+(-4) \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x+6 \\ -2y-12 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$x' = -2x + 6$

$2x = 6 - x'$

$x = \frac{6 - x'}{2}$

$y' = -2y - 12$

$2y = -y' - 12$

$y = \frac{-y - 12}{2}$

Substitusi $x = \frac{6-x\prime}{2}$ dan $y = \frac{-y-12}{2}$ ke persamaan garis $g: 2x + 4y - 3 = 0$ sehingga diperoleh

$$2x + 4y - 3 = 0$$
$$2\left(\frac{6 - x'}{2}\right) + 4\left(\frac{-y - 12}{2}\right) - 3 = 0$$
$$6 - x' + 2(-y' - 12) - 3 = 0$$
$$6 - x' - 2y' - 24 - 3 = 0$$
$$-x' - 2y' - 21 = 0$$
$$x' + 2y' + 21 = 0$$
$$x + 2y + 21 = 0$$

Jadi, persamaan garis g setelah didilatasi adalah $g': x + 2y + 21 = 0$

C. Rangkuman

1. **Dilatasi** adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat ilatasi
2. Dilatasi dinotasikan dengan $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{k})$ dimana P merupakan pusat dilatasi dan k merupakan faktor skala
3. **Jenis-jenis dilatasi berdasarkan titik pusat**
   Misalkan koordinat titik asal A(x, y) akan didilatasikan dengan faktor skala k terhadap pusat $(0, 0)$ dan pusat (a, b)akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

D. Latihan Soal

Anak- anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap dilatasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Essay:

1. Titik $A(-2, -5)$ didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat $(0, 0)$. Hasil dilatasi titik A adalah …
2. Titik B didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat $(0, 0)$ menghasilkan titik $B'(-4, 6)$. Koordinat titik B adalah …

3. Titik $A(2,-3)$ didilatasikan dengan faktor skala 3 terhadap titik pusat $(1,-2)$. Hasil dilatasi titik A adalah …
4. Bayangan titik $Q(2,-1)$ oleh dilatasi terhadap titik pusat $(3,4)$ dengan faktor skala -3 adalah …
5. Titik D didilatasikan dengan faktor skala 2 terhadap titik pusat $(2,-3)$ menghasilkan titik $D'(3,6)$. Koordinat titik D adalah …
6. Titik $C(-2,-1)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $(0,-3)$ menghasilkan titik $C'(4,-7)$. Nilai k yang memenuhi adalah …
7. Titik $R(-4,-2)$ didilatasikan dengan faktor skala $\frac{1}{3}$ dilanjutkan dengan dilatasi faktor skala -2 terhadap titik pusat $(-1,1)$. Hasil dilatasi titik R adalah …
8. Persamaan bayangan garis $4x - y + 6 = 0$ oleh dilatasi $[O,-2]$ adalah …
9. Garis $g : x + 2y - 4 = 0$ didilatasikan dengan faktor skala 2 terhadap titik pusat $(0,0)$. Hasil dilatasi garis g adalah …
10. Lingkaran $L : (x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$ didilatasikan dengan faktor skala $\frac{1}{3}$ terhadap titik pusat $(1,2)$. Hasil dilatasi lingkran L adalah …

Pembahasan :

No.	Pembahasan	Skor
1.	Titik $A(-2,-5)$ didilatasikan oleh $D_{[O,-2]}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik A setelah didilatasi oleh $D_{[O,-2]}$ adalah $A'(4,10)$	**5** **5**
2.	Titik B didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat $(0,0)$ menghasilkan titik $B'(-4,6)$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x \\ -2y \end{pmatrix}$ Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $-4 = -2x$ $6 = -2y$ $2x = 4$ $2y = -6$ $x = \frac{4}{2}$ $y = -\frac{6}{2}$ $x = 2$ $y = -3$ Jadi, koordinat titik B adalah $B(2,-3)$	**2** **3** **5**
3.	Titik $A(2,-3)$ didilatasikan dengan faktor skala 3 terhadap titik pusat $(1,-2)$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2-1 \\ -3-(-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2-1 \\ -3+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+1 \\ -3+(-2) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}$ Jadi, koordinat titik A setelah didilatasi oleh $D_{[(1,-2),3]}$ adalah $A'(7,-5)$	**5** **5**
4.	Bayangan titik $Q(2,-1)$ oleh dilatasi terhadap titik pusat $(3,4)$ dengan faktor skala -3 adalah … $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2-3 \\ -1-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	**5**

	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+3 \\ 15+4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 19 \end{pmatrix}$ Jadi, koordinat titik Q setelah didilatasi oleh $D_{[(3,4),-3]}$ adalah $Q'(6, 19)$	**5**
5.	Titik D didilatasikan dengan faktor skala 2 terhadap titik pusat $(2, -3)$ menghasilkan titik $D'(3, 6)$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-(-3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-2 \\ y+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(x-2) \\ 2(y+3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-4 \\ 2y+6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-4+2 \\ 2y+6-3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-2 \\ 2y+3 \end{pmatrix}$ Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $3 = 2x - 2$ $6 = 2y + 3$ $3 + 2 = 2x$ $6 - 3 = 2y$ $5 = 2x$ $3 = 2y$ $2x = 5$ $2y = 3$ $x = \frac{5}{2}$ $y = \frac{3}{2}$ Jadi, koordinat titik D adalah $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$	**3** **5** **2**
6.	Titik $C(-2, -1)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $(0, -3)$ menghasilkan titik $C'(4, -7)$. Nilai k yang memenuhi adalah … $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2-0 \\ -1-(-3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ -1+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2k \\ 2k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2k \\ 2k \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4-0 \\ -7-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2k \\ 2k \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4-0 \\ -7+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2k \\ 2k \end{pmatrix}$	**3** **5**

<table>
<tr><td></td><td>

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2k \\ 2k \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $4 = -2k$ atau $-4 = 2k$ kita gunakan salah satu untuk menentukan nilai k

$4 = -2k$
$-2k = 4$
$-k = \frac{4}{2}$
$-k = 2$
$k = -2$

Jadi, nilai k yang memenuhi Dilatasi adalah $k = -2$

</td><td>2</td></tr>
<tr><td>7.</td><td>

Titik $R(-4, -2)$ didilatasikan dengan faktor skala $\frac{1}{3}$ dilanjutkan dengan dilatasi faktor skala -2 terhadap titik pusat $(-1, 1)$. Hasil dilatasi titik R adalah ...

Karena dilatasi dilakukan 2 kali yaitu $k_1 = \frac{1}{3}$ dan $k_2 = -2$, maka faktor skala bisa dikalikan sebagai berikut :

$k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{3} \cdot (-2)$
$= -\frac{2}{3}$

Selanjutnya kita mencari bayangan titik R dengan konsep dilatasi pada umumnya, yaitu:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4-(-1) \\ -2-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4+1 \\ -2-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot -3 \\ \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+(-1) \\ 2+1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

</td><td>3

2

5</td></tr>
</table>

	Jadi, koordinat titik R setelah didilatasi oleh $D_{[(-1,1),\frac{1}{3}]}$ dilanjutkan oleh $D_{[(-1,1),-2]}$ adalah $R''(1,3)$	
8.	Persamaan bayangan garis $4x - y + 6 = 0$ oleh dilatasi $[O, -2]$ adalah … Misalkan titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan garis $4x - y + 6 = 0$ $A(x, y) \xrightarrow{D_{[O,-2]}} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x \\ -2y \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = -2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}x'$ $y' = -2y' \rightarrow y = -\frac{1}{2}y'$ Substitusi $x = -\frac{1}{2}x'$ dan $y = -\frac{1}{2}y'$ ke persamaan garis $g: 2x + 4y - 3 = 0$ sehingga diperoleh $4x - y + 6 = 0$ $4\left(-\frac{1}{2}x'\right) - \left(-\frac{1}{2}y'\right) + 6 = 0$ $-2x' + \frac{1}{2}y' + 6 = 0$ $-2x + \frac{1}{2}y + 6 = 0$ Kalikan persamaan $-2x + \frac{1}{2}y + 6 = 0$ dengan -2 sehingga diperoleh : $4x - y - 12 = 0$ Jadi, persamaan garis setelah didilatasi adalah $4x - y - 12 = 0$	**5** **2** **3**
9.	Garis $g : x + 2y - 4 = 0$ didilatasikan dengan faktor skala 2 terhadap titik pusat $(0, 0)$. Hasil dilatasi garis g adalah … Misalkan titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan garis $g : x + 2y - 4 = 0$ $A(x, y) \xrightarrow{D_{[O,2]}} A'(x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}x'$ $y' = 2y' \rightarrow y = \frac{1}{2}y'$ Substitusi $x = \frac{1}{2}x'$ dan $y = \frac{1}{2}y'$ ke persamaan garis $g: x + 2y - 4 = 0$	**5** **2**

<table>
<tr><td></td><td>sehingga diperoleh
$x + 2y - 4 = 0$
$\left(\frac{1}{2}x'\right) + 2\left(\frac{1}{2}y'\right) - 4 = 0$
$\frac{1}{2}x' + y' - 4 = 0$
$\frac{1}{2}x + y - 4 = 0$
Agar koefisen persamaan dalam bentuk bilangan bulat, kalikan persamaan $\frac{1}{2}x + y - 4 = 0$ dengan 2, sehingga diperoleh:
$2 \times \left(\frac{1}{2}x + y - 4\right) = 2 \times 0$
$x + 2y - 8 = 0$
Jadi, hasil dilatasi garis g adalah $g': x + 2y - 8 = 0$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Lingkaran $L : (x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$ didilatasikan dengan faktor skala $\frac{1}{3}$ terhadap titik pusat $(1, 2)$. Hasil dilatasi lingkran L adalah …
Misalkan titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan lingkaran $L : (x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$
$A(x, y) \xrightarrow{D\left[(1,2),\frac{1}{3}\right]} A'(x', y')$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(x-1) \\ \frac{1}{3}(y-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(x-1) + 1 \\ \frac{1}{3}(y-2) + 2 \end{pmatrix}$</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh
$x' = \frac{1}{3}(x-1) + 1$ $y' = \frac{1}{3}(y-2) + 2$
$x' - 1 = \frac{1}{3}(x-1)$ $y' - 2 = \frac{1}{3}(y-2)$
$3(x'-1) = x - 1$ $3(y'-2) = y - 2$
$3x' - 3 = x - 1$ $3y' - 6 = y - 2$
$3x' - 3 + 1 = x$ $3y' - 6 + 2 = y$
$3x' - 2 = x$ $3y' - 4 = y$
$\boldsymbol{x = 3x' - 2}$ $\boldsymbol{y = 3y' - 4}$

Selanjutnya, substitusi $x = 3x' - 2$ dan $y = 3y' - 4$ ke persamaan lingkaran $L : (x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$ sehingga diperoleh :
$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$</td><td>3</td></tr>
</table>

	$\left((3x'-2)-1\right)^2+\left((3y'-4)+1\right)^2=9$ $(3x'-2-1)^2+(3y'-4+1)^2=9$ $(3x'-3)^2+(3y'-3)^2=9$ $\left(3(x'-1)\right)^2+\left(3(y'-1)\right)^2=9$ $9(x'-1)^2+9(y'-1)^2=9$ $9(x-1)^2+9(y-1)^2=9$ Persamaan $9(x-1)^2+9(y-1)^2=9$ bisa disederhanakan dengan cara membagi 9 ruas kiri dan kanan sehingga diperoleh : $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ Jadi, persamaan lingkaran setelah didilatasi oleh $D_{[(1,2),\frac{1}{3}]}$ adalah $(x-1)^2+(y-1)^2=1$	**2**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total}\ x\ 100\%$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian dilatasi?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan dilatasi titik terhadap pusat (0, 0) ?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan dilatasi kurva terhadap pusat (0, 0) ?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan dilatasi titik terhadap pusat (a, b) ?		
5.	Apakah kalian dapat menentukan dilatasi kurva terhadap pusat (a, b) ?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutny

KEGIATAN PEMBELAJARAN 5
KOMPOSISI TRANSFORMASI

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 5 ini kalian diharapkan dapat :
1. Memahami pengertian komposisi transformasi
2. Menentukan komposisi transformasi pada titik
3. Menentukan komposisi transformasi pada kurva
4. Menentukan luas bayangan kurva setelah ditansformasi
5. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri

B. Uraian Materi

Komposisi Transformasi

Anak-anakku, pada kegiatan pembelajaran sebelumnya kita sudah mempelajari beberapa macam transformasi geometri seperti translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi. Pernahkan kalian berpikir bagaimanaa bayangan sebuah titik jika ditransformasikan lebih dari sekali? Misalnya sebuah titik direfleksikan terhadap sumbu X kemudian dirotasikan sejauh 90° berlawanan arah jarum jam. Untuk mencari bayangan titik tersebut kita bisa menggunakan komposisi transformasi. **Komposisi transformasi** adalah transformasi majemuk yang memuat lebih dari satu transformasi yang dilakukan secara berurutan.

Diketahui T_1 merupakan transformasi yang memetakan titik $A(x, y)$ ke titik $A'(x', y')$ dan T_2 merupakan transformasi yang memetakan titik $A'(x', y')$ ke titik $A''(x'', y'')$. Transformasi yang memetakan titik $A(x, y)$ ke titik $A''(x'', y'')$ dapat ditulis sebagai berikut

$$\boldsymbol{A(x,y) \overset{T_2 \circ T_1}{\rightarrow} A''(x'',y'')}$$

Bentuk $T_2 \circ T_1$ disebut komposisi transformasi dan dibaca "T_2 komposisi T_1" artinya transformasi T_1 dilanjutkan oleh transformasi T_2 dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\boldsymbol{A(x,y) \overset{T_1}{\rightarrow} A'(x',y') \overset{T_2}{\rightarrow} A''(x'',y'')}$$

Catatan

Komposisi transformasi bisa berupa komposisi translasi, komposisi refleksi, komposisi rotasi, komposisi dilatasi, komposisi matriks tertentu atau komposisi dari translasi, refleksi, rotasi, dilatasi dan matriks tertentu.

Anak-anakku, untuk lebih memahami komposisi transformasi, yuk kita simak contoh soal berikut.

Contoh Soal 1:

Dikeatahui segi empat ABCD dengan $A(-1,4)$, $B(-4,3)$, $C(5,0)$ dan $D(1,-1)$. Bayangan segi empat tersebut setelah dicerminkan terhadap garis $y = -x$, kemudian diputar 90° dengan pusat $O(0,0)$ adalah ...

Pembahasan :
Transformasi geometri yang dialami segi empat ABCD adalah sebagai berikut

$$(x,y) \xrightarrow{M_{y=-x}} (x',y') \xrightarrow{R_{[O,90^\circ]}} (x'',y'')$$

Bentuk matriks untuk Refleksi $M_{y=-x}$ adalah $T_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
Bentuk matriks untuk Rotasi $R_{[O,90^\circ]}$ adalah $T_2 = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Langkah selanjutnya kita cari komposisi matriks transformasinya sebagai berikut

$$T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya kita cari persamaan transformasinya sebagai berikut
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

Bayangan titik $A(-1,4)$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$
Jadi, bayangan titik A adalah $B''(-1,-4)$

Bayangan titik $B(-4,3)$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$
Jadi, bayangan titik B adalah $B''(-4,-3)$

Bayangan titik $C(5,0)$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$
Jadi, bayangan titik C adalah $C''(5,0)$

Bayangan titik $D(1,-1)$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
Jadi, bayangan titik D adalah $D''(1,1)$

Contoh Soal 2:

Persamaan bayangan garis $3y + 6x - 1 = 0$ jika didilatasikan menggunakan faktor skala 2 dengan titik pusat $(0,0)$ dilanjutkan rotasi sejauh 90° berlawanan arah jarum jam dengan titik pusat $O(0,0)$ adalah ...

Pembahasan :
Persamaan garis $g : 3y + 6x - 1 = 0$
T_1 adalah matriks transformasi dari dilatasi $D_{[O,2]}$
$$T_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$
T_2 adalah matriks transformasi untuk rotasi $R_{[O,90°]}$
$$T_2 = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
Langkah selanjutnya kita cari komposisi matriks transformasinya sebagai berikut
$$T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$
Selanjutnya kita cari persamaan transformasinya sebagai berikut
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y \\ 2x \end{pmatrix}$$
Dengan kesamaan dua matriks diperoleh
$$x' = -2y \rightarrow y = -\frac{1}{2}x'$$
$$y' = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}y'$$
Selanjutnya substitusi $x = \frac{1}{2}y'$ dan $y = -\frac{1}{2}x'$ ke persamaan garis $3y + 6x - 1 = 0$ diperoleh
$$3y + 6x - 1 = 0$$
$$3\left(-\frac{1}{2}x'\right) + 6\left(\frac{1}{2}y'\right) - 1 = 0$$
$$-\frac{3}{2}x' + 3y' - 1 = 0 \rightarrow$$
Kalikan persamaan dengan -2
$$3x' - 6y' + 2 = 0$$
$$3x - 6y + 2 = 0$$
Jadi, bayangan garis g adalah $g' : 3x - 6y + 2 = 0$

Luas Daerah Bangun Hasil Transformasi

Misalkan matriks transformasi $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun B menjadi bangun B', maka

$$\boldsymbol{Luas\ bangun\ B' = |\det A| \times Luas\ bangun\ B}$$

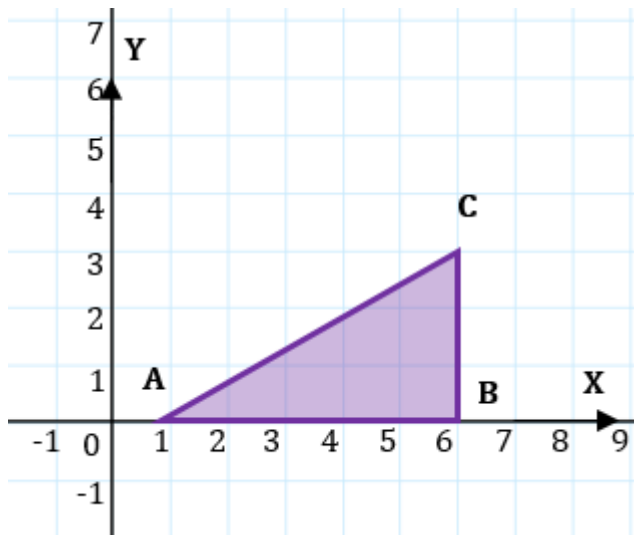
$|\det A|$ merupakan nilai mutlak dari determinan matriks A dan merupakan faktor perbesaran luas

$$\det A = ad - bc$$

Untuk memahami konsep luas daerah bangun hasil transformasi, mari kita simak contoh soal berikut.

Contoh Soal 1:

Diketahui segitiga ABC dengan $A(1,0)$, $B(6,0)$ dan $C(6,3)$. Luas bayangan segitiga ABC oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ adalah ...

Pembahasan :
Untuk menentukan luas segitiga ABC, perhatikan gambar berikut.

Pada gambar terlihat AB merupakan alas segitiga dengan panjang $AB = 5$ satuan dan BC merupakan tinggi segitiga dengan panjang $BC = 3$ satuan sehingga luas segitiga ABC adalah

$$
\begin{aligned}
Luas\ \Delta ABC &= \frac{1}{2} \times AB \times BC \\
&= \frac{1}{2} \times 5 \times 3 \\
&= \frac{15}{2}
\end{aligned}
$$

Selanjutnya kita cari determinan dari matriks transformasi yang bersesuaian yaitu

$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

$$
\begin{aligned}
\det A &= ad - bc \\
&= 4 \cdot (-3) - 2 \cdot 1 \\
&= -12 - 2 \\
&= -14
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Luas\ bayangan\ \Delta ABC &= |\det A| \times Luas\ \Delta ABC \\
&= |-14| \times \frac{15}{2} \\
&= 14 \times \frac{15}{2} \\
&= 105
\end{aligned}
$$

Jadi, luas bayangan segitiga ABC adalah 105 satuan

C. Rangkuman

1. Komposisi transformasi bisa berupa komposisi translasi, komposisi refleksi, komposisi rotasi, komposisi dilatasi, komposisi matriks tertentu atau komposisi dari translasi, refleksi, rotasi, dilatasi dan matriks tertentu.
2. Komposisi transformasi $T_2 \circ T_1$ artinya transformasi terhadap T_1 dilanjutkan T_2. Bentuk $T_2 \circ T_1$ bersesuaian dengan perkalian matriks
$$T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$
3. Komposisi transformasi $T_1 \circ T_2$ artinya transformasi terhadap T_2 dilanjutkan T_1. Bentuk $T_1 \circ T_2$ bersesuaian dengan perkalian matriks
$$T_1 \circ T_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$
4. $Luas\ bangun\ B' = |\det A| \times Luas\ bangun\ B$, dengan $\det A = ad - bc$

D. Latihan Soal

Anak- anak, untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap komposisi transformasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Essay:

1. Jika titik $(3, 4)$ dirotasikan berlawanan arah jarum jam sejauh $45°$ dengan pusat titik asal, kemudian hasilnya dicerminkan terhadap garis $y = x$, maka koordinat bayangannya adalah …
2. Bayangan garis $3x + y = 4$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dilanjutkan oleh rotasi dengan pusat $O(0,0)$ sejauh $270°$ adalah …
3. Persamaan bayangan garis $y = x + 1$ ditransformasikan oleh matriks $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu X adalah...
4. Persamaan bayangan parabola $y = x^2 - 3$ ditransformasi oleh refleksi terhadap sumbu X dilanjutkan oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ adalah...
5. Segitiga KLM mempunyai koordinat $K(-1, -2), L(4, -2)$, dan $M(4, 0)$. Segitiga KLM ditransformasikan terhadap matriks $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Luas segitiga hasil transformasi adalah …
6. Diketahui dua buah rumah dengan letaknya masing-masing di $A(8, 2)$ dan $B(4, 5)$. Sebuah tiang listrik akan dipasang sepanjang jalan pada sumbu Y. Carilah letak tiang listrik agar kawat yang digunakan untuk menghubungkan rumah A dan B adalah minimum.

Pembahasan:

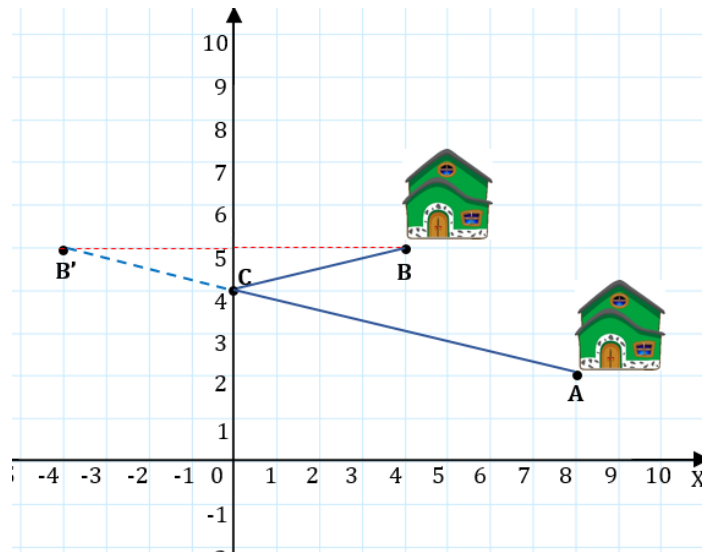
No.	Pembahasan	Skor
1.	Jika titik $(3, 4)$ dirotasikan berlawanan arah jarum jam sejauh $45°$ dengan pusat titik asal, kemudian hasilnya dicerminkan terhadap garis $y = x$. Misalkan : T_1 merupakan matriks transformasi rotasi terhadap titik asal (0, 0) dengan besar sudut $45°$ $T_1 = \begin{pmatrix} \cos 45° & -\sin 45° \\ \sin 45° & \cos 45° \end{pmatrix}$ $T_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$	**2**
	T_2 merupakan matriks transformasi refleksi terhadap garis $y = x$ $T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	**2**
	Titik $(3, 4)$ ditransformasikan oleh T_1 dilanjutkan T_2 diperoleh $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_2 \cdot T_1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{2}\sqrt{2} \\ \frac{3}{2}\sqrt{2} - \frac{4}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$ Jadi, koordinat bayangan adalah $\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	**6**
2.	Bayangan garis $3x + y = 4$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dilanjutkan oleh rotasi dengan pusat $O(0,0)$ sejauh $270°$ Misalkan : T_1 merupakan matrik transformasi $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ $T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$	**2**
	T_2 merupakan matriks transformasi rotasi terhadap pusat $O(0, 0)$ dengan besar sudut $\alpha = 270°$ $T_2 = \begin{pmatrix} \cos 270° & -\sin 270° \\ \sin 270° & \cos 270° \end{pmatrix}$ $T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	**2**

	Garis $3x + y = 4$ ditransformasikan oleh T_1 dilanjutkan T_2 diperoleh $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_2 \cdot T_1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 3y \\ -y \end{pmatrix}$ Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = -x + 3y$ dan $y' = -y$ Dari persamaan $y' = y$ dapat kita ubah menjadi $y = -y'$ Selanjutnya persamaan $y = -y'$ kita substitusi ke persamaan $x' = -x + 3y$ diperoleh $x' = -x + 3(-y')$ $x' = -x - 3y'$ $x = -x' - 3y'$ Substitusi $x = -x' - 3y'$ dan $y = -y'$ ke persamaan $3x + y = 4$ diperoleh $3x + y = 4$ $3(-x' - 3y') + (-y') = 4$ $-3x' - 9y' - y' = 4$ $-3x' - 10y' - 4 = 0$ $3x' + 10y' + 4 = 0$ $3x + 10y + 4 = 0$ Jadi, bayangan garis adalah $3x + 10y + 4 = 0$	**3** **3**
3.	Garis $y = x + 1$ ditransformasikan oleh matriks $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu X Misalkan : T_1 merupakan matriks transormasi $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ T_2merupakan matriks transformasi pencerminan terhadap sumbu X $T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ Garis $y = x + 1$ ditransformasikan oleh T_1 dilanjutkan T_2 diperoleh $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_2 \cdot T_1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y \\ -y \end{pmatrix}$ Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x + 2y$ dan $y' = -y$ $y' = -y$ kita ubah menjadi $y = -y'$ Selanjutnya $y = -y'$ kita substitusi ke persamaan $x' = x + 2y$ diperoleh $x' = x + 2y$ $x' = x + 2(-y')$ $x' = x - 2y'$ $x = x' + 2y'$	**2** **2** **3**

	Substitusi $x = x' + 2y'$ dan $y = -y'$ ke persamaan $y = x + 1$ diperoleh $y = x + 1$ $-y' = (x' + 2y') + 1$ $-y' = x' + 2y' + 1$ $x' + 2y' + 1 = -y'$ $x' + 2y' + y' + 1 = 0$ $x' + 3y' + 1 = 0$ $x + 3y + 1 = 0$ Jadi, bayangan garis adalah $x + 3y + 1 = 0$	**3**
4.	Parabola $y = x^2 - 3$ ditransformasi oleh refleksi terhadap sumbu X dilanjutkan oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ Misalkan : T_1 merupakan matriks transformasi refleksi terhadap sumbu X $T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ T_2 merupakan matriks transformasi $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $T_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	**2** **2**
	Parabola $y = x^2 - 3$ ditransformasikan oleh T_1 dilanjutkan T_2 diperoleh $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_2 \cdot T_1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	**2**
	Selanjutnya gunakan persamaan matriks untuk mencari x dan y $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ jika terdapat persamaan matriks bentuk $AX = B \rightarrow x = A^{-1}B$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ Invers matriks $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot Adj\ A$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{(2 \cdot (-1)) - ((-1) \cdot 1)} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-2 - (-1)} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-2 + 1} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-1} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -1 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' - y' \\ x' - 2y' \end{pmatrix}$ Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $x = x' - y'$ $y = x' - 2y'$	**2**

	Substitusi $x = x' - y'$ dan $y = x' - 2y'$ ke persamaan parabola $y = x^2 - 3$ $y = x^2 - 3$ $x' - 2y' = (x' - y')^2 - 3$ $x' - 2y' = (x' - y')(x' - y') - 3$ $x' - 2y' = x'^2 - x'y' - x'y' + y'^2 - 3$ $x'^2 - 2x'y' + y^2 - 3 = x' - 2y'$ $x'^2 + y'^2 - 2x'y' - 3 - x' + 2y' = 0$ $x'^2 + y'^2 - 2x'y' - x' + 2y' - 3 = 0$ $x^2 + y^2 - 2xy - x + 2y - 3 = 0$ Jadi, bayangan parabola adalah $x^2 + y^2 - 2xy - x + 2y - 3 = 0$	**2**
5.	Untuk menentukan luas segitiga KLM, perhatikan gambar berikut. 	**2**
	Pada gambar terlihat KL merupakan alas segitiga dengan panjang $KL = 5$ satuan dan LM merupakan tinggi segitiga dengan panjang $LM = 2$ satuan sehingga luas segitiga KLM adalah $Luas\ \Delta KLM = \frac{1}{2} \times KL \times LM$ $= \frac{1}{2} \times 5 \times 2$ $= 5$	**3**
	Selanjutnya kita cari determinan dari matriks transformasi yang bersesuaian yaitu $A = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\det A = ad - bc$ $= (-5) \cdot 2 - (-4) \cdot 3$ $= -10 + 12$ $= 2$ $Luas\ bayangan\ \Delta KLM = \lvert \det A \rvert \times Luas\ \Delta KLM$ $= \lvert 2 \rvert \times \frac{15}{2}$ $= 2 \times 5$ $= 10$ Jadi, luas bayangan segitiga KLM adalah 10 satuan	**5**

<table>
<tr><td>6.</td><td>Diketahui dua buah rumah dengan letaknya masing-masing di $A(8,2)$ dan $B(4,5)$. Sebuah tiang listrik akan dipasang sepanjang jalan pada sumbu Y. Perhatikan gambar berikut.

</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Misalnya letak tiang listrik itu di titik C.
Panjang kawat yang akan digunakan adalah $AC + BC$.
Panjang kawat $BC = B'C$, dengan B'(-4, 5) adalah hasil refleksi titik $B(4,5)$ terhadap sumbu Y. Jadi panjang kawat yang digunakan adalah AB' yang melalui titik C. Kawat ini akan minimum jika AB' merupakan garis lurus. Selanjutnya kita cari persamaan garis AB' dengan koordinat titik $A(8,2)$ dan $B'(-4,5)$ seperti berikut.</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$ $$\frac{y-2}{5-2} = \frac{x-8}{-4-8}$$ $$\frac{y-2}{3} = \frac{x-8}{-12}$$ $$-12(y-2) = 3(x-8)$$ $$-12y+24 = 3x-24$$ $$3x-24 = -12y+24$$ $$3x+12y-24-24 = 0$$ $$3x+12y-48 = 0$$ Persamaan garis AB' adalah $3x+12y-48=0$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Selanjutnya kita cari titik potong garis AB terhadap sumbu Y
Misalkan $x=0$ substitusi ke persamaan $3x+12y-48=0$ $$3\cdot 0+12y-48 = 0$$ $$12y = 48$$ $$y = \frac{48}{12}$$ $$y = 4$$ Koordinat titik C adalah $C(0,4)$
Dengan demikian letak tiang listrik agar kawat yang digunakan untuk menghubungkan rumah A dan B minimum adalah $C(0,4)$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Skor Total</td><td>60</td></tr>
</table>

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total} x$ 100%

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian komposisi transformasi ?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan komposisi transformasi pada titik?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan komposisi transformasi pada kurva?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan luas bayangan kurva setelah ditansformasi ?		
5.	Apakah kalian dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

EVALUASI

1. Bayangan titik $(3, -7)$ oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ adalah …
   a. $(5, -3)$
   b. $(-1, -9)$
   c. $(7, -5)$
   d. $(1, 9)$
   e. $(12, -14)$

2. Diketahui koordinat titik $P(4, -1)$ ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix}$ diperoleh bayangan $P'(-2a_1 - 4)$. Nilai a adalah …
   a. -3
   b. -1
   c. 0
   d. 2
   e. 3

3. Jika $P'(2, -4)$ adalah bayangan titik $P(3, 5)$ oleh translasi T, maka translasi T adalah …
   a. $\begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$
   b. $\begin{pmatrix} 1 \\ -9 \end{pmatrix}$
   c. $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$
   d. $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
   e. $\begin{pmatrix} -1 \\ -9 \end{pmatrix}$

4. Jika garis $y = x + 5$ ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, maka persamaan bayangan adalah …
   a. $y = 2x + 8$
   b. $y = x + 10$
   c. $y = x + 6$
   d. $y = 2x + 5$
   e. $y = x + 8$

5. Garis 2x + 3y = 6 ditranslasikan dengan matriks $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan dilanjutkan dengan $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ bayangannya adalah …
   a. 3x + 2y + 5 = 0
   b. 3x + 2y – 5 = 0
   c. 2x – 3y + 5 = 0
   d. 2x + 3y – 5 = 0
   e. 2x + 3y + 5 = 0

6. Titik M(-2,6) direfleksikan terhadap garis x = 3 bayangan titik M adalah . . .
   a. (4,6)
   b. (-4,6)
   c. (-8,6)
   d. (6,6)
   e. (8,6)

7. Bayangan titik P(a,b) setelah dicerminkan terhadap garis y = -5 menjadi $P'(6,-5)$
   Nilai b – a = ...
   a. 11
   b. 8
   c. 4
   d. -4
   e. -11

8. Jika jajargenjang ABCD dengan A(-3,5); B(4,1); dan C(6,8), dicerminkan terhadap garis y = $-x$, bayangan titik D adalah . . . .
   a. (1,-12)
   b. (-12,1)
   c. (12,-1)
   d. (12,-5)
   e. (-5,12)

9. Jika garis $x-2y-2=0$ dicerminkan terhadap sumbu Y, maka persamaan bayangan garis adalah …
   a. $x+2y-3=0$
   b. $-x-2y+3=0$
   c. $-x+2y+3=0$
   d. $x-2y-3=0$
   e. $-x-2y-3=0$

10. Bayangan garis $y = 2x + 2$ yang dicerminkan terhadap garis $y=x$ adalah …
    a. $y=x+1$
    b. $y=x-1$
    c. $y=\frac{1}{2}x-1$
    d. $y=\frac{1}{2}x+1$
    e. $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

11. Titik R(5,-3) dirotasikan oleh [O,180°]. Bayangan titik R adalah . . . .
    a. (-5,3)
    b. (3,-5)
    c. (-3,5)
    d. (-5,-3)
    e. (-3,-5)

12. Segitiga ABC dengan koordinat titik sudut $A(2,-1), B(6,-2)$ dan $C(5,2)$ dirotasi sejauh 180° dengan pusat $(3,1)$. Bayangan koordinat titik sudut segitiga ABC adalah ...
    a. $A(4,3), B(0,4), C(1,0)$
    b. $A(3,4), B(4,0), C(0,1)$
    c. $A(-4,3), B(0,-4), C(-1,0)$
    d. $A(-4,-3), B(0,-4), C(-1,0)$
    e. $A(-4,-3), B(0,4), C(1,1)$

13. Titik $B(5,-1)$ dirotasikan terhadap titik $P(2,3)$ sejauh 90° searah putaran jarum jam. Bayangan titik B adalah ...
    a. $B'(-4,-3)$
    b. $B'(-5,1)$
    c. $B'(-5,-1)$
    d. $B'(-2,0)$
    e. $B'(0,-2)$

14. Persamaan bayangan garis y = 5x – 3 karena rotasi dengan pusat O(0,0) bersudut –90° adalah ...
    a. 5x – y + 3 = 0
    b. x – 5y – 3 = 0
    c. x + 5y – 3 = 0
    d. x + 5y + 3 = 0
    e. 5x + y – 3 = 0

15. Jika garis $x-2y=5$ diputar sejauh 90° terhadap titik $(2,4)$ berlawanan arah putaran jam, maka persamaan bayangannya adalah ...
    a. $2x+y=-19$
    b. $2x+y=19$
    c. $x-y=19$
    d. $y-x=19$
    e. $-x-y=19$

16. Setelah dilatasi [O,-3], bayangan titik S(5,-2) adalah . . . .
    a. (6,15)
    b. (6,-15)
    c. (-15,6)
    d. (12,-5)
    e. (-5,12)

17. Jika titik A(2, -6) didilatasikan pada titik pusat dilatasi O(0,0) dengan faktor dilatasi k = 2, maka koordinat bayangannya adalah. .
    a. A'(-4, -12)
    b. A'(-2, -6)
    c. A'(-4, 12)
    d. A'(4, -12)
    e. A'(1, -3)

18. Sebuah transformasi dilatasi dengan faktor dilatasi $-\frac{1}{2}$, memetakan titik A(4, 3) menjadi A'(10, 6). Koordinat titik pusat dilantasinya adalah . . . . . .
    a. P(1, -2)
    b. P(8, 5)
    c. P(-2, 3)
    d. P(5, 2)
    e. P(6, 3)

19. Pada ΔABC dengan A(4, 1), B(8, 1), dan C(5, 8) didilatasi dengan pusat O dan faktor skala 3 menghasilkan bayangan ΔA'B'C'. Perbandingan luas ΔABC dengan luas ΔA'B'C' adalah . . . .
    a. 1 : 3
    b. 1 : 4
    c. 1 : 6
    d. 1 : 8
    e. 1 : 9

20. Dikethui segitiga ABC dan titik – titik ujung A(2, 3), B(8, 2), dan C(4, 6). Segitiga ini dilatasikan pada titik pusat dilatasi O(0, 0) dan faktor dilatasi k = 3. Luas segitiga bayangannya adalah . . . .
    a. 10 satuan luas
    b. 30 satuan luas
    c. 90 satuan luas
    d. 120 satuan luas
    e. 270 satuan luas

21. T1 adalah transformasi rotasi dengan pusat O dan sudut putar 90º. T2 adalah transformasi pencerminan terhadap garis y = –x. Bila koordinat peta titik A oleh transformasi T1 ∘ T2 adalah A'(8, –6), maka koordinat titik A adalah ...
    a. (–6, –8)
    b. (–6, 8)
    c. (6, 8)
    d. (8, 6)
    e. (10, 8)

22. Transformasi $\begin{pmatrix} a & a+1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ yang dilanjutkan dengan transformasi $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ terhadap titik A(2, 3) dan B(4, 1) menghasilkan bayangan A'(22, –1) dan B'(24, –17). Oleh komposisi transformasi yang sama, bayangan titik C adalah C'(70, 35). Koordinat titik C adalah ...
    a. (2, 15)
    b. (2, –15)
    c. (–2, 15)
    d. (15, –2)
    e. (15, 2)

23. Sebuah garis 3x + 2y = 6 ditranslasikan dengan matriks $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, dilanjutkan dilatasi dengan pusat di O dan faktor 2. Hasil transformasinya adalah …
    a. 3x + 2y = 14
    b. 3x + 2y = 7
    c. 3x + y = 14
    d. 3x + y = 7
    e. x + 3y = 14

24. Bayangan kurva y = x^2 − x + 3 yang ditransformasikan oleh matriks $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dilanjutkan oleh matriks $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ adalah …
    a. $y = x^2 + x + 3$
    b. $y = -x^2 + x + 3$
    c. $x = y^2 - y + 3$
    d. $x = y^2 + y + 3$
    e. $x = -y^2 + y + 3$

25. Persamaan bayangan garis 3x + 5y − 7 = 0 oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ dilanjutkan dengan $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ adalah …
    a. 2x + 3y + 7 = 0
    b. 2x + 3y − 7 = 0
    c. 3x + 2y − 7 = 0
    d. 5x − 2y − 7 = 0
    e. 5x + 2y − 7 = 0

KUNCI JAWABAN :

1. C
2. A
3. E
4. C
5. D
6. E
7. E
8. B
9. E
10. C
11. A
12. A
13. B
14. D
15. B
16. C
17. D
18. B
19. E
20. C
21. D
22. A
23. A
24. C
25. D

DAFTAR PUSTAKA

Anonim. 2018. Transformasi Geometri Menggunakan Aplikasi Geogebra. Dalam: http://panduangeogebra.blogspot.com/2018/11/cara-menggunakan-aplikasi-geogebra.html diakses 14 September 2020

Cunayah, Cucun dan Etsa Indra Irawan. 2013. 1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan Matematika untuk SMA/Ma. Bandung : Yrama Widya

Defantri. 2015. Bank Soal dan Pembahasan Matematika Dasar Transformasi Geometri. Dalam:https://www.defantri.com/2015/10/matematika-dasar-transformasi-geometri.html diakse 14 September 2020

Ginting, Rodeestalita BR. E-Modul Matematika Kelas XI. Jakarta : Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Manullang, Sudianto. dkk. 2017. Matematika SMA/MA Kelas XI. Jakarta : Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Ngapiningsih.dkk. 2019. Matematika untuk SMA/MA kelas XI. Yogyakarta : Intan Pariwara

Tampomas, Husein. 2017. Matematika. Bekasi : MGMP Kota Bekasi

Tim Progresif. 2019. Erlangga X-Press UN SMA/MA 2020 Matenatika IPA. Jakarta: Erlangga